

Programática para obtener el campo Cherenkov por una fuente modulada en cristales fotónicos 2D

Cherenkov emission for a modulated source in photonic crystals

Juan Fernando Oviedo Garcia, Erika Martínez-Sánchez 

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Coahuila, Blvd Fundadores km.13 Ciudad Universitaria, Coahuila, Arteaga C.P. 25354, México

PALABRAS CLAVE:

Radiación Cherenkov, cristal fotónico, ecuaciones de Maxwell y método FDTD.

RESUMEN

En este trabajo se estudia la radiación de Cherenkov para una fuente modulada en la superficie de cristales fotónicos periódicos y con defectos aleatorios. La radiación Cherenkov exhibe diferentes comportamientos en metamateriales como una variedad de efectos anómalos. Los cristales fotónicos en presencia de la radiación de Cherenkov presentan efectos anómalos que son de interés para su estudio. Existen diferentes enfoques para estudiar la radiación Cherenkov en cristales fotónicos. Nosotros propusimos un enfoque más simple y basado en el diseño geométrico del cristal fotónico y las características de la fuente, lo que permite obtener una radiación coherente en los rangos de frecuencia específicos.

KEYWORDS:

Cherenkov Radiation, Photonic Crystal, Maxwell's equations and method FDTD.

ABSTRACT

In this work the Cherenkov radiation was studied for a source modulated on the surface of periodic photonic crystals with random defects. Cherenkov radiation exhibits different behaviors in metamaterials as a variety of anomalous effects. Photonic crystals in the presence of Cherenkov radiation present anomalous effects that are of interest for their study. There are different approaches to studying Cherenkov radiation in photonic crystals. We proposed a simpler approach based on the geometric design of the photonic crystal and the characteristics of the source, which allows obtaining coherent radiation in the specific frequency ranges.

Recibido: 28 de julio del 2020 • Aceptado: 29 de agosto del 2020 • Publicado en línea: 30 de octubre de 2020

INTRODUCCIÓN

En este trabajo hemos utilizados dos conceptos que han sido muy relevantes en los últimos años y de amplio interés para investigaciones científicas: los cristales fotónicos y la radiación de Cherenkov. Por un lado, los cristales fotónicos son ampliamente usados para obtener un alto control sobre la propagación de la luz. En múltiples trabajos se ha demostrado que los cristales fotónicos se han comportado como guías de ondas [1], dispositivos resonantes [2], láser de nano cavidad [3], circuitos fotónicos y varios dispositivos funcionales [4-6]. Al igual que los cristales fotónicos la radiación Cherenkov ha sido ampliamente estudiada. La radiación de Cherenkov se obtiene cuando una partícula supera la velocidad de la luz en cualquier material convencional. Se observa el característico cono de radiación que apunta hacia adelante y una emisión hacia adelante [7-9]. Sin embargo, en medios más complejos como un metamaterial se obtienen efectos anómalos como la radiación inversa de Cherenkov [10-15]. De la misma manera la radiación Cherenkov exhibe un comportamiento diferente en la losa del cristal fotónico. A diferencia de otros autores donde el enfoque del estudio está determinado por el análisis de la estructura de la banda de cristal [16], o bien por la dispersión de Bragg que exhibe un nuevo patrón de radiación para diferentes regímenes de velocidad de partículas, nuestro enfoque se basa en la geometría del cristal fotónico y las características de la fuente. La geometría del cristal fotónico está determinada por la permitividad dieléctrica de la losa (ϵ_s), la permitividad dieléctrica de los huecos (ϵ_h) y el radio de los huecos (r). En este trabajo se estudia numéricamente la radiación de Cherenkov en una losa de cristal fotónico 2D por una fuente modulada. Hemos dividido nuestras simulaciones en tres bloques, cada uno determinado por una geometría cristal fotónica diferente y una modulación de fuente diferente. La modulación de fuente está dada por las oscilaciones del campo electromagnético en los cristales fotónicos. Al igual que en trabajos anteriores hemos utilizado el método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo [17]. El método FDTD se utiliza para resolver problemas electromagnéticos transitorios utilizando diferencias finitas [18].

RADIACIÓN CHERENKOV

La radiación de Cherenkov es una radiación de tipo electromagnética producida por una partícula cargada que cruza un aislante a una velocidad más grande que la correspondiente a la velocidad de la luz en el medio. Esta radiación electromagnética se emite dentro de un cono con ángulos de salida originados en la partícula cargada. El ángulo del cono puede determinarse mediante la relación $\cos(\theta) = 1/\eta v_0$, donde v_0 es la velocidad de la partícula normalizada por la velocidad de la luz en el vacío y η es el índice refractivo [7].

CRISTALES FOTÓNICOS

Los cristales fotónicos son estructuras periódicas espaciales fabricadas de materiales dieléctricos que tienen diferentes índices de refracción.

La característica que define un cristal fotónico es la existencia de una brecha en su estructura fotónica, la cual es capaz de influir en la propagación de ondas electromagnéticas de una manera similar como la brecha electrónica de un semiconductor lo hace con los electrones. En los últimos años el concepto de la brecha fotónica ha sido explotada como una conveniente y poderosa herramienta para controlar, confinar y manipular fotones en las tres dimensiones del espacio [6].

Una variedad de aplicaciones que han sido probadas para esta clase de cristales. Por ejemplo, pueden funcionar como un filtro para bloquear la propagación de fotones, sin considerar su polarización o dirección del movimiento, dentro de un rango específico de frecuencias. También pueden ser usados como un medio efectivo para localizar fotones en una región específica de frecuencias restringidas; inhibir las emisiones espontáneas de un cromóforo excitado; modular procesos de emisiones simuladas; y servir como una guía de onda para dirigir el flujo de electrones a través de un camino específico sin pérdidas de energía.

Los cristales fotónicos (CF) se clasifican en tres tipos de acuerdo a su geometría. En la figura 1, se muestra un CF a) unidimensional, b) bidimensional y c) tridimensional [19].

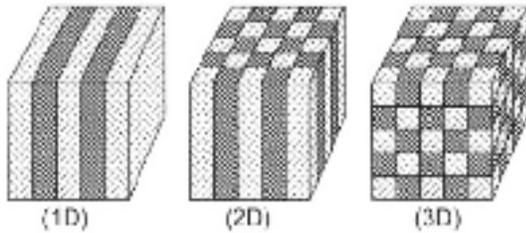


Figura 1. Cristales fotónicos a) unidimensional, b) bidimensional y c) tridimensional.

MÉTODO FDTD

El método de las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD por sus siglas en inglés) se utiliza para resolver problemas electromagnéticos transitorios utilizando diferencias finitas. El método fue desarrollado por Kane Yee en 1966 para resolver las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones en derivadas parciales se reemplazan por un sistema de ecuaciones en diferencias finitas.

Eligiendo convenientemente los puntos en que se evalúan las componentes de los campos en estas ecuaciones, la solución al sistema de ecuaciones satisface las condiciones de borde que involucran superficies conductoras ideales [18].

El algoritmo puede ser resumido como sigue.

- a) Reemplazar todas las derivadas en la ley de Faraday y Ampere con diferencias finitas. Discretizando el espacio y tiempo para que los campos eléctricos y magnéticos son alternados en el espacio y tiempo.
- b) Resolver la ecuación diferencial resultante para obtener una ecuación actualizada que expresa los futuros campos desconocidos en términos de campos pasados conocidos.
- c) Evaluar el campo magnético un paso hacia el futuro para que ahora sean conocidos. (efectivamente se convierten en campos pasados).
- d) Evaluar el campo eléctrico de un paso hacia el futuro para que ahora sean conocidos.
- e) Repetir los dos últimos pasos hasta que el campo haya sido obtenido hasta la duración deseada.

ECUACIONES BÁSICAS

A continuación, se muestran las ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + qv_0 f(\mathbf{r}, t)$$

Donde podemos suponer que $\epsilon = \epsilon_r$ es la permitividad dieléctrica de la estructura del cristal fotónico. \mathbf{E} y \mathbf{H} representan el campo eléctrico y magnético, respectivamente. Consideramos una partícula cargada (con carga q) que se mueve a una velocidad uniforme v_0 paralelamente a la dirección y : $v_0 \parallel y$ y cerca de la superficie de x, y . La densidad de las partículas está definida por el impulso Gaussiano

$$f(\mathbf{r}, t) = \cos(\omega_0 t) W^2 \exp \left\{ -\frac{[x^2 + (y - v_0 t)^2 + z^2]}{W^2} \right\}$$

donde ω_0 es la frecuencia de modulación y W es el ancho del impulso.

Para realizar las simulaciones numéricas, se utilizaron las siguientes variables adimensionales sujetas a renormalización. La velocidad de la luz del vacío

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-0.5}$$

y la escala típica espacial para objetos nano-ópticos $l_0 = 500 \text{ nm}$. Los campos eléctrico y magnético son renormalizados con la escala eléctrica $E_0 = ql_0 \epsilon_0$, y la escala magnética

$$H_0 = \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0}\right)^{0.5} E_0$$

DESCRIPCIÓN DE LAS SIMULACIONES

En nuestro estudio, nos enfocamos en el enrejado 2D de agujeros de aire, que es una estructura ampliamente utilizada, ya que la red triangular de agujeros de aire tiene un gran ancho de banda [20], se pueden ver algunos experimentos en [21-22]. El espesor de la losa, el radio y el contraste de índice de refracción, determinan las propiedades de la losa de los cristales fotónicos [23]. Como la constante de la red del cristal fotónico debe ser comparable a la longitud de onda de la luz [23], utilizamos $a = 500 \text{ nm}$. El radio y la altura de los agujeros que hemos escogido están dentro de los valores razonables en el rango experimental [20,24-25], es decir, $r = 0.3$ y $h = 1a$.

Nos concentramos en los parámetros para los cuales obtuvimos experimentalmente los valores de la frecuencia espacial (k_s) de las oscilaciones del campo, en un radio de cilindros $r = 0.3$. Dichos parámetros, se muestran en la tabla 1. Hemos dividido cada conjunto de experimentos numéricos, en bloques (Bloque 1, 2 y 3). Aquí ϵ_s representa la permitividad de la losa y ϵ_h es la permitividad de los huecos.

	ϵ_s	ϵ_h	r	k_s
Bloque 1	3	1	0.3	0.82
Bloque 2	6	1	0.3	0.67
Bloque 3	12.25	1	0.3	0.52

Tabla 1. Parámetros utilizados para las simulaciones

En la figura 2, se observa una estructura de losa de cristal fotónico, donde la losa dieléctrica $\epsilon_s = 3$ es perforada por huecos $\epsilon_h = 1$ ordenados periódicamente.

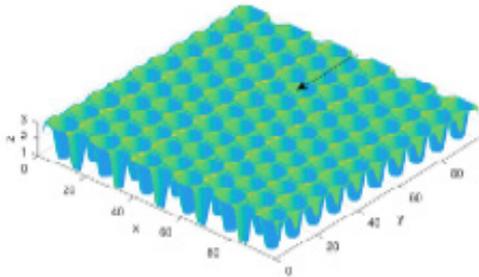


Figura 2. Estructura de losa de cristal fotónico, con permitividad dieléctrica promedio, donde la permitividad dieléctrica de la losa es $\epsilon_s = 3$ es perforada por huecos con $\epsilon_h = 1$.

En una situación real, la profundidad de los agujeros puede presentar desviaciones aleatorias en la red. Esto se puede representar mediante un parámetro de control (p) que indica el nivel de cantidad de vacancias en el enrejado. Así, $p = N_v/N_0$ donde N_v es el número de vacancias y N_0 como el número total de agujeros en la losa. Se dice que un cristal fotónico es periódico cuando se presenta ausencia de vacancias, entonces $p = 0$.

RESULTADOS

Bloque 1

Comenzamos nuestras simulaciones con los parámetros correspondientes al primer bloque. Es decir, definimos la geometría del cristal con $\epsilon_s = 3$, $\epsilon_h = 1$ y $r = 0.3$. En este caso, aplicamos como dato de entrada la frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.82$ que es igual a la frecuencia antes calculada (k_s). En la figura 3, se muestra el campo de las oscilaciones con una partícula moviéndose a velocidad $v_0 = 1$, en el momento cuando la partícula toca el límite de salida del sistema computacional. Hemos considerado cuatro variaciones en la cantidad de vacancias en el cristal: a) 0, b) 0.2, c) 0.4 y d) 0.6.

Podemos observar en la figura 3 que, para los cuatro casos considerados, la amplitud del campo se mantiene constante alrededor de 50, también observamos que para tal geometría, el campo dentro del cono de Cherenkov adquiere una estructura altamente no homogénea relacionada a la estructura de agujeros en el CF debido a la discontinuidad de la permitividad dieléctrica.

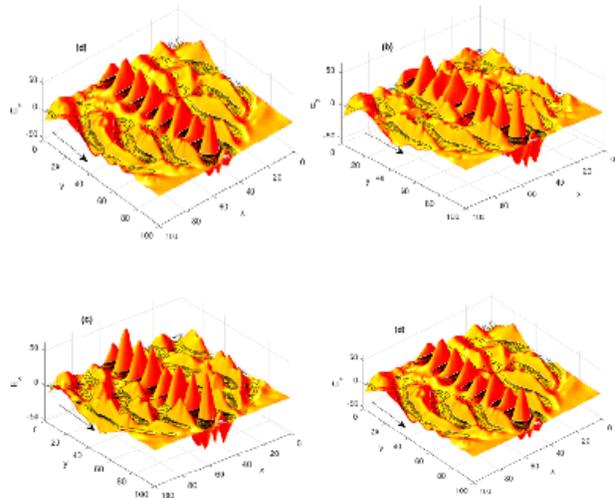


Figura 3. Imagen del campo E_x en el plano de (x,y) con una partícula moviéndose a $v_0 = 1$, $\omega_0 = 0.82$ y con cuatro variaciones en la cantidad de vacancia en un cristal de a)0.0, b)0.2 c)0.4 y d)0.6 con la geometría: $\epsilon_s = 3$, $\epsilon_h = 1$, $r = 0.3$.

En la figura 3 (a) se muestran las oscilaciones correspondientes al campo EM cuando la red de huecos es periódica, en tal caso las oscilaciones son regulares y se posicionan en los huecos. En la figura 3 (b)-(d), también observamos oscilaciones en el camino de la partícula, sin embargo, ya no muestran ser regulares debido a las vacancias que se han añadido en el cristal. A pesar de haber incluido defectos (vacancias) en el sistema, observamos que sigue apreciándose la forma del campo de Cherenkov cuando la partícula toca el extremo del sistema computacional.

En la figura 4 se muestra la dependencia temporal del campo a lo largo del tiempo de simulación cuando una partícula viaja con velocidad $v_0 = 1$, y tiene frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.82$. Observamos en la figura 4 la dependencia temporal para diferentes configuraciones del cristal: (a) $p=0$, (b) $p=0.2$, (c) $p=0.4$ y (d) $p=0.6$, en las componentes del campo E_x, H_z, E_y y H_z respectivamente. Se observa que para las componentes E_{xy} , las amplitudes tienen un cambio de forma oscilante, con un pedestal definido por una posición de punto. Sin embargo, para las componentes H_z se tiene una forma más suave debido a la continuidad del campo magnético en el sistema.

La figura 5 muestra el espectro de frecuencias de las oscilaciones electromagnéticas mostradas en la figura 4 para varios puntos a lo largo del camino de la carga. Podemos observar en los incisos (a)-(c), donde la concentración de vacancias es nula y/o baja $p=0, 0.2$ y 0.4 , se tiene un mayor pico espectral en $f \sim 0.8$. Tales oscilaciones corresponden a los eigenmodos ópticos del CF, excitados por el movimiento de la partícula cargada. Sin embargo, cuando $p=0.6$, en la figura 5 (d), observamos una gran variedad de frecuencias en el cristal, lo cual quiere decir que, con un gran número de defectos añadidos, se pierde cierta estabilidad de los modos de Cherenkov en el sistema.

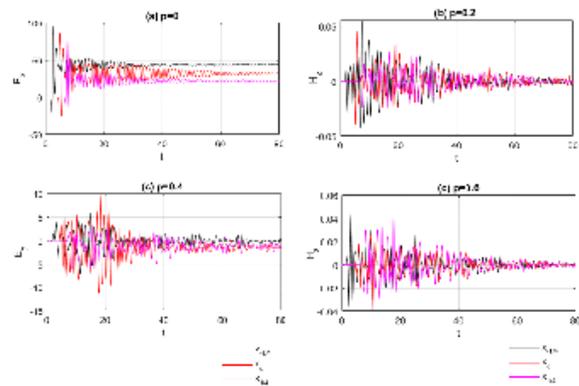


Figura 4. Dependencia temporal para las componentes del campo E_x, H_z, E_y y H_z , en diferentes puntos a lo largo de la trayectoria de la partícula; $x_{-1/4}, x_c, x_{1/4}$ con una velocidad $v_0 = 1$, frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.82$ y permitividad de la losa $\epsilon_s = 3$. Se muestran diferentes configuraciones del cristal: (a) $p=0$, (b) $p=0.2$, (c) $p=0.4$ y (d) $p=0.6$.

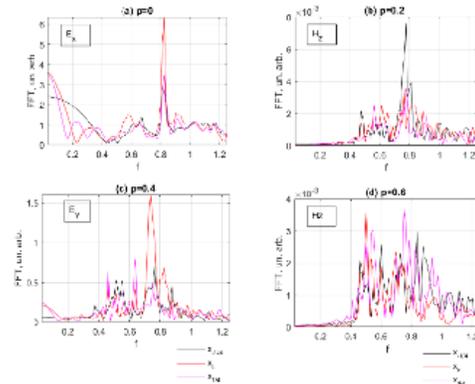


Figura 5. El espectro de frecuencia espacial de las oscilaciones electromagnéticas para varios puntos a lo largo de la ruta de la carga. Tales oscilaciones corresponden a los eigenmodos ópticos de los cristales fotónicos excitados por la partícula cargada en movimiento para las componentes a) E_x , b) H_z , c) E_y y d) H_z con una $v_0 = 1$, una $\omega_0 = 0.82$, $\epsilon_s = 3$ y para diferentes cantidades de vacancias: a) 0, b) 0.2, c) 0.4 y d) 0.6

Bloque 2

Los parámetros correspondientes al segundo bloque están definidos por la geometría del cristal con $\epsilon_s = 6$, $\epsilon_h = 1$ y $r=0.3$. Para el segundo bloque usamos una frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.67$.

En la figura 6 se muestra el campo 3D de las oscilaciones de una partícula moviéndose a una $v_0 = 1$. Hemos considerado cuatro variaciones en la cantidad de vacancia en el cristal a) 0, b) 0.2, c) 0.5 y d) 0.62. La amplitud del campo se mantiene constante cerca de 50 cuando las variaciones de vacancia son a) 0, c) 0.5 y d) 0.62. Para el caso b) la amplitud se mantiene alrededor de 100, también observamos que para tal geometría, el campo dentro del cono de Cherenkov adquiere una estructura altamente no homogénea que relaciona la estructura de los agujeros en el CF debido a la discontinuidad de la permitividad dieléctrica. En la figura 6 (a) se muestra las oscilaciones correspondientes al campo EM cuando se trata de un CF periódico. En comparación con la figura 4, en la figura 6 se puede apreciar mejor el cono característico de radiación de Cherenkov.

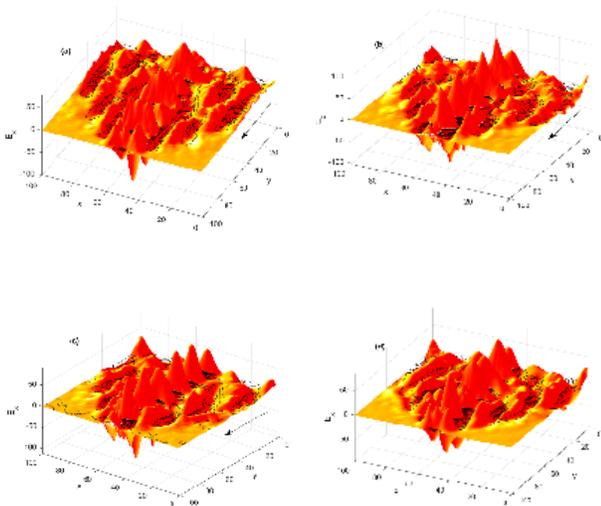


Figura 6. Imagen del campo E_x en el plano de (x,y) con una partícula moviéndose a $v_0 = 1$, $\omega_0 = 0.67$ y con cuatro variaciones en la cantidad de vacancia en un cristal de a)0.0, b)0.2 c)0.4 y d)0.6 con la geometría: $\epsilon_s = 6$, $\epsilon_h = 1$ y $r=0.3$.

Bloque 3

En nuestro tercer bloque la geometría del cristal está definido como: $\epsilon_s = 12.25$, $\epsilon_h = 1$ y $r=0.3$.

Para el último bloque utilizamos una frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.52$ que es igual a la frecuencia antes calculada (k_s).

En la figura 7 se muestra el campo 3D de las oscilaciones generadas con el paso de una partícula con $v_0 = 1$. La amplitud de los campos se mantiene alrededor de 100. El campo dentro del cono de Cherenkov adquiere una estructura altamente no homogénea. En la figura 7 (a) se muestran las oscilaciones correspondientes al campo EM cuando la red de huecos es periódica, en tal caso las oscilaciones son regulares y se posicionan en los huecos. En la figura 7 (b)-(d), las oscilaciones ya no muestran ser regulares debido a las vacancias que presenta el cristal. Si comparamos las figuras 4, 6 y 7, correspondientes al primer, segundo y tercer bloque respectivamente, podemos observar que el cono de la Radiación de Cherenkov es cada vez más estrecho. Además, en el tercer bloque aumento considerablemente la amplitud del campo y es en este caso donde el efecto de Cherenkov se observa con mejor detalle, a pesar de agregar los defectos (vacancias) el cristal sigue siendo estable.

En la figura 8, se muestra la dependencia temporal del campo a lo largo del tiempo de simulación cuando una partícula viaja con velocidad $v_0 = 1$, y tiene una frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.52$. Observamos en la figura 8, la dependencia temporal para diferentes configuraciones del cristal: (a) $p=0$, (b) $p=0.2$, (c) $p=0.4$ y (d) $p=0.6$, en las componentes del campo E_x , H_z , H_x y H_y . Se observa que para las componentes E_x , las amplitudes tienen un cambio de forma oscilante, con un pedestal definido por una posición de punto. Sin embargo, para las componentes H_x , se tiene una forma más suave debido a la continuidad del campo magnético en el sistema.

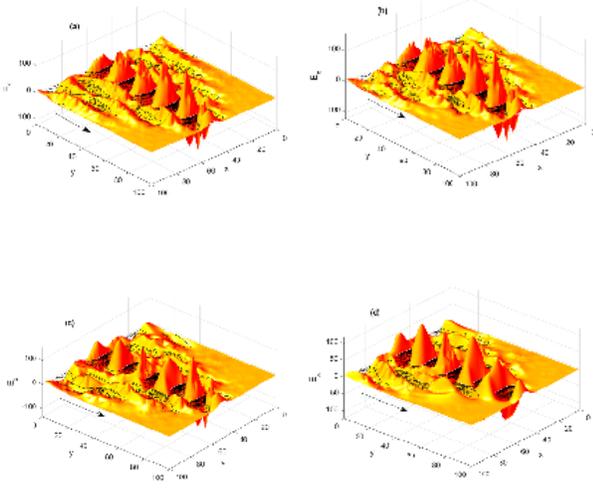


Figura 7. Imagen del campo E_x en el plano de (x,y) con una partícula moviéndose a $v_0 = 1$, $\omega_0 = 0.52$ y con cuatro variaciones en la cantidad de vacancia en un cristal de a) 0.0, b) 0.2, c) 0.4 y d) 0.6 con la geometría: $\epsilon_s = 12.25$, $\epsilon_s = 1$ y $r=0.3$.

La figura 9 muestra el espectro de frecuencias de las oscilaciones electromagnéticas mostradas en la figura 8 para varios puntos a lo largo del camino de la carga. Podemos observar que se tiene un mayor pico espectral en $f \sim 0.52$. Tales oscilaciones corresponden a los eigenmodos ópticos del CF, excitados por el movimiento de la partícula cargada, para los valores $v_0 = 1$ y $\omega_0 = 0.52$. Es decir, a pesar de las vacancias añadidas en el cristal, se mantiene cierta estabilidad de los modos de Cherenkov en el sistema.

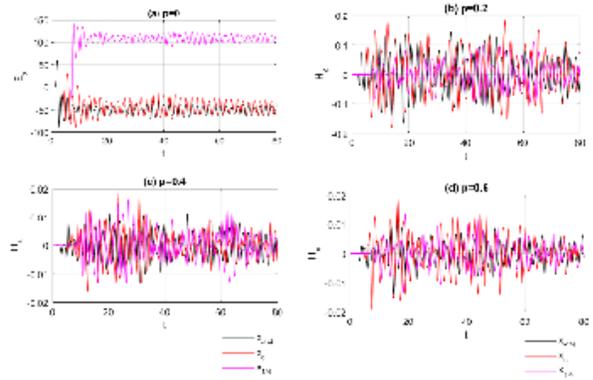


Figura 8. Dependencia temporal para las componentes del campo E_x , H_z , H_x y H_y , en diferentes puntos a lo largo de la trayectoria de la partícula; $x_{-1/4}$, x_c , $x_{1/4}$ con una velocidad $v_0 = 1$, frecuencia de modulación $\omega_0 = 0.52$ y permitividad de la losa $\epsilon_s = 12.25$. Se muestran diferentes configuraciones del cristal: (a) $p=0$, (b) $p=0.2$, (c) $p=0.4$ y (d) $p=0.6$.

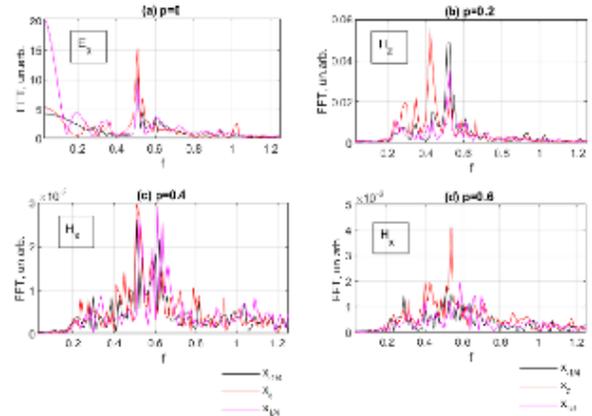


Figura 9. El espectro de frecuencia espacial de las oscilaciones electromagnéticas para varios puntos a lo largo de la ruta de carga. Tales oscilaciones corresponden a los eigenmodos ópticos de los cristales fotónicos excitados por la partícula cargada en movimiento para las componentes a) E_x , (b) H_z c) H_x y (d) H_y con una $v_0 = 1$, una $\omega_0 = 0.52$, $\epsilon_s = 12.25$ y para diferentes cantidades de vacancias: a) 0, b) 0.2, c) 0.4 y d) 0.6.

CONCLUSIONES

a) Nuestros resultados mostraron que a un mayor contraste de las permitividades dieléctricas, específicamente cuando las permitividades dieléctricas son $\epsilon_s = 12.25$ y $\epsilon_h = 1$, se observan mejor las características que definen al efecto de la radiación Cherenkov.

b) Se observó que, a pesar de agregar cierto grado de defectos en el cristal, esto es, cuando $p < 0.5$, el efecto sigue manteniendo estabilidad estructural del campo.

c) En los tres bloques de estudio se observó que el campo dentro del cono de Cherenkov adquiere una estructura altamente no homogénea relacionada a la estructura de los agujeros del cristal fotónico, debido a la discontinuidad de la permitividad dieléctrica.

Las aplicaciones pueden incluir detectores de partículas sensibles a la velocidad,

oscilación láser, Cherenkov de fibra óptica, detección y generación de radiación de campo en rangos de frecuencia seleccionables.

REFERENCIAS

1. Russell, P.S.J., Atkin, D.M., Birks, T.A., Roberts, P.J. Bound Modes of Two-Dimensional Photonic Crystal Waveguides. *Microcavities and Photonic Bandgaps: Physics and Applications* vol 324. Springer, Dordrecht, 1996. Available from: https://doi.org/10.1007/978-94-009-0313-5_18
2. Se-Heon, K., Sun-Kyung, K., Yong-Hee, Lee. Vertical beaming of wavelength-scale photonic crystal resonators. *Physical Review B*. 2006, 73(23),235117. Available from: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.235117>
3. Painter, O., Lee, R.K., Scherer, A., Yariv, A., O'Brien, J.D., Dapkus, P.D., Kim, I., Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser. *American Association for the advancement of Science*. 1999, 284 (5421), 1819-1821. Available from: <https://doi.org/10.1126/science.284.5421.1819>
4. Johnson, S.G., Fan, S., Villeneuve, P.R., Joannopoulos, J.D., Kolodziejski, L.A. Guided modes in photonic crystal slabs. *Physical Review B*. 1999, 60 (8), 5751-5758. Available from: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.5751>
5. Sakoda, K. *Optical Properties of Photonic Crystals*. New York: Springer, 2005. ISBN 3540206825.
6. Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., Meade, R. D., *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (Second Edition). Princeton University Press. 2008. ISBN: 0691124566
7. Cherenkov, P.A., Visible emission of clean liquids by action of γ radiation. *Dokl Akad Nauk SSSR*. 1934, 2, 421.
8. Afanasiev, G.N., *Cherenkov Radiation in a Dispersive Medium*. *Fundamental Theories of Physics Vol. 142*. Springer Dordrecht, 2005, 127-207. Available from: https://doi.org/10.1007/1-4020-2411-8_4
9. Burlak, G., Martinez-Sanchez, E., Change of structure of the Cherenkov Emission at Modulated Source in Dispersive Metamaterials. *Progress in Electromagnetics Research*. 2013, 139, 277-288. Available from: 10.2528/PIER13032002
10. Averkov, Y.O., Yakovenko, V.M., Cherenkov radiation an electron bunch that moves in a vacuum above a left-handed material. *Physical Review B*. 2005, 72(10),205110. Available from: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.205110>
11. Duan, Z., Wu, B.I., Xi, S., Chen, H., Chen, M., Research Progress in Reversed Cherenkov Radiation in Double-Negative Metamaterials. *Progress In Electromagnetics Research*. 2009, 90, 75-87. Available from: 10.2528/PIER08121604
12. Xi, S., Chen, H., Jiang, T., Ran, L., Huangfu, J., Wu, B.I., Kong, J.A., Chen, M., Experimental Verification of Reversed Cherenkov Radiation in Left-Handed Metamaterial. *Physical Review Letters*. 2009, 103 (19), 194801. Available from: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.194801>
13. Burlak, G., Spectrum of Cherenkov Radiation in Dispersive Metamaterials with Negative Refraction Index. *Progress In Electromagnetics Research*. 2012, 132, 149-158. Available from: 10.2528/PIER12071911
14. Duan, Z., Guo, Ch., Chen, M., Enhanced reversed Cherenkov radiation in a waveguide with double-negative metamaterials. *Optics Express*. 2011, 19(15), 13825-13830. Available from: <https://doi.org/10.1364/OE.19.013825>
15. Zhou, J., Duan, Z., Zhang, Y., Hu, M., Liu, W., Zhang, P., Liu, S., Numerical investigation of Cherenkov radiations emitted by an electron beam bunch in isotropic double-negative metamaterials. *Scienc Direct*. 2011, 654(1), 475-480. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2011.07.004>
16. Kremers, Ch., Chigrin, D.N., Kroha, J., Theory of Cherenkov radiation in periodic dielectric media: Emission spectrum. *Physical Review A*. 2009, 79(1), 013829. Available from: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.79.013829>
17. Askar'yan, G.A., *Cherenkov Radiation and Transition from Electromagnetic Waves*. *Soviet Physics JETP*. 1962, 15(5), 943-946.
18. Taflove, A., Hagness, S.C., *Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method 3rd edition*. Boston, Ma: Artech House, 2005. ISBN: 9781580538329.
19. Xia, Y., Kamata, K., Lu, Y., *Photonic Crystals. Introduction to Nanoscale Science and Technology*. Boston: Springe, 2004, 505-529. ISBN 9781402077203
20. Scherer, A., Painter, O., D'Uso, B., Lee, R., Yariv, A., In GaAsP photonic band gap crystal membrane microresonators. *Journal of Vacuum Science & Technology B*. 1998, 16(6), 3906-3910. Available from: <https://doi.org/10.1116/1.590433>
21. Imada, M., Noda, S., Chutinan, A., Tokuda, T., Coherent two-dimensional lasing action in Surface-emitting laser with triangular-lattice photonic crystal structure. *Applied Physics Letters*. 1999, 75, 316. Available from: <https://doi.org/10.1063/1.124361>
22. Johnson, S.G., Fan, S., Villeneuve, P.R., Joannopoulos, J.D., Kolodziejski, L.A., Guided modes in photonic crystal slabs. *Physical Review B*. 1999, 60(8), 5751-5758. Available from: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.5751>
23. Joannopoulos, J., Meade, R., Winn, J., *Photonic crystals (first edition)*. Princeton press, 1995.
24. Camargo, E.A., Chong, H.M.H., De la Rue, R.M., 2D Photonic crystal thermo-optic switch base on AlGaAs/GaAs epitaxial structure. *Optics Express*. 2004, 12(4), 588-592. Available from: <https://doi.org/10.1364/OE.12.000588>

Acerca de los autores



Juan Fernando Oviedo García es estudiante de la Facultad de Ingeniería, de la Universidad Autónoma de Coahuila donde actualmente cursa la carrera de Ingeniero Mecánico Eléctrico. Egresado de la carrera Técnico en Electrónica por el Centro de Estudios Industriales y de Servicio #60.



La Dra. Erika Martínez Sánchez estudió la licenciatura en Matemáticas Aplicadas en la Universidad Autónoma de Coahuila (UAdeC) en 2010. Realizó sus estudios de maestría y doctorado en la Universidad Autónoma del Estado de Morelos en el Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp). Actualmente es Profesor-Investigador Titular C en la Facultad de Ingeniería de la UAdeC. Pertenece al Sistema Nacional de Investigadores (SNI) por el Conacyt. Cuenta con la participación en congresos nacionales e internacionales, es autor y coautor de artículos indexados y capítulos de libro.