Modelado de robot móvil seguidor de línea con tracción diferencial

Modeling of mobile robot line follower with differential traction

Salomón Noé Turiján Altamirano, Sergio Javier Torres Méndez, José Rafael Mendoza Vázquez D, Vicente Ramírez Palacios

Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Puebla

* Correo-e: noe.turijan@gmail.com

PALABRAS CLAVE:

RESUMEN

ABSTRACT

Seguidor de línea, cinemática, modelo matemático, ecuación diferencial, sistema de control. En este documento se presenta el análisis de un robot seguidor de línea con tracción diferencial. Se obtiene el modelo matemático de cada una de las etapas que componen al sistema en lazo cerrado, empleando las ecuaciones cinemáticas para la planta, el modelo electromecánico equivalente de los actuadores, una representación aproximada del comportamiento de la retroalimentación y se diseña un control básico para simular el desempeño de la plataforma. Por último, se hace una revisión a los resultados con diferentes parámetros de prueba para lograr el correcto seguimiento de la trayectoria.

KEYWORDS:

Line follower, kinematics, mathematical model, diferential equation, control system. In this document the analysis of a line follower robot with differential traction is presented. The mathematical model of each one of the stages that compose the system in closed loop is obtained, using the kinematic equations for the plant, the equivalent electromechanical model of the actuators, an approximate representation of the behavior of the feedback and a basic control is designed for simulate the performance of the platform. Finally, a review is made of the results with different test parameters to achieve the correct tracking of the trajectory.

Recibido: 12 de junio 2018• Aceptado: 18 de septiembre de 2019 • Publicado en línea: 28 de febrero de 2020

1. INTRODUCCIÓN

La robótica tiene un gran campo de aplicación. A nivel industrial se utilizan brazos manipuladores para soldar, pintar, cortar o fijar componentes, entre otras tareas, con la ventaja de tener una buena velocidad y precisión en sus resultados. Sin embargo, su espacio de trabajo está restringido por sus características físicas, por lo que su movilidad está delimitada hasta cierto punto.

Por otra parte, los robots móviles tienen un rango de desplazamiento ampliado para cubrir las trayectorias para realizar el objetivo con el que fue diseñado [1].

De acuerdo con el sistema de locomoción se puede clasificar a los robots móviles: de patas, orugas y ruedas, siendo este último el método que presenta mayor eficiencia energética en desplazamiento sobre superficies planas, además de ser un sistema menos complejo con respecto a las otras dos categorías [2].

En el diseño de robots móviles por ruedas en importante considerar el sistema de tracción encargado de generar el movimiento. En este trabajo se ha seleccionado la configuración diferencial, que consiste en tener dos motores, cada uno a un costado de la estructura, con una rueda omnidireccional al frente para dar estabilidad. La velocidad y dirección del móvil estará controlada por la velocidad independiente de cada una de las ruedas dando la posibilidad de giros sobre su eje vertical [3].

Para lograr que el robot se traslade a un punto en específico debe recorrer cierta trayectoria, por lo que debe estar equipado con sensores que le permitan tener conocimiento de su ambiente. Uno de los métodos que existen para cubrir una ruta especifica es un sistema seguidor de línea, es decir, un robot móvil con la capacidad de detectar una línea marcada sobre la superficie en la que se desplaza [4].

Un robot móvil seguidor de línea puede ser estudiado y analizado desde diferentes aspectos, desde la selección de cantidad y tipo de sensores, sistema de tracción, estructura, ensamble etc., y una vez que se ha implementado, se prosigue con la programación del algoritmo de control por medio de pruebas y corrección de errores. Sin embargo, al ser un sistema mecánico y electrónico, es posible analizarlo desde su fundamento teórico para disponer de un modelo matemático que permita un estudio de su comportamiento para anticipar su respuesta empleando representaciones virtuales.

Esta investigación pretende dar una aproximación a un robot móvil seguidor de línea con tracción diferencial, generado a partir de un diseño teórico validado por algoritmos de computadora para permitir implementar técnicas de control.

Para el modelado del sistema se estudia el comportamiento de cada una de las etapas que lo conforman utilizando los parámetros de los dispositivos reales que se emplearía para una posterior implementación a nivel prototipo, lo que permitiría una plataforma de pruebas por medio de simulación por computadora.

A diferencia de los modelos tomados como referencia, en esta investigación se tomaron en cuenta características físicas de un prototipo que cuenta con los elementos que se estudian en el desarrollo del modelo.

2. SISTEMA DE CONTROL

Para el análisis del seguidor de línea se tomará de base la estructura básica de un sistema de control en lazo cerrado con una representación a bloques [5] como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Etapas de un sistema de control de lazo cerrado.

Después se modelará cada etapa de manera virtual a través de software de computadora para poder unir todas las partes y realizar la simulación de la plataforma completa.

PLANTA

Para modelar el movimiento del robot se asumirán ciertas condiciones para reducir el análisis cinemático: el desplazamiento es causado únicamente por la rotación de las ruedas y la superficie en donde se desplaza es totalmente lisa [4]. En este caso se toman en cuenta condiciones ideales para simplificar el modelo al considerar las pequeñas dimensiones del móvil.

En una configuración diferencial se consideran tres Grados de Libertad: las distancias x y y de posición y el ángulo φ de orientación, en un sistema de referencia global. En la figura 2 se muestra la razón de cambio de los tres GDL, resaltando su dependencia de la velocidad angular $\dot{\theta}$ de cada uno de los motores, además de su relación con dos parámetros del diseño, la distancia b de separación entre las ruedas y el radio r de cada una de las ruedas [6].



Figura 2. Relación de movimiento.

Del análisis anterior se obtienen las ecuaciones que determinan el movimiento a partir de la tracción diferencial [7].

$$\dot{x} = \left(\dot{\theta}_D + \dot{\theta}_I\right) \frac{r}{2} \cos(\varphi) \tag{1}$$

$$\dot{\psi} = \left(\dot{\theta}_D + \dot{\theta}_I\right) \frac{r}{2} sen(\varphi)$$
 (2)

$$\dot{\rho} = \left(\dot{\theta}_D - \dot{\theta}_I\right) \frac{r}{b} \tag{3}$$

Al integrar las ecuaciones (1), (2) y (3) se consigue la posición y orientación en un sistema de referencia absoluto [7].

$$x = x_0 + \int \left(\dot{\theta}_D + \dot{\theta}_I\right) \frac{r}{2} \cos(\varphi) dt \tag{4}$$

$$y = y_0 + \int (\dot{\theta}_D + \dot{\theta}_I) \frac{r}{2} sen(\varphi) dt$$
⁽⁵⁾

$$\varphi = \varphi_0 + \int (\dot{\theta}_D - \dot{\theta}_I) \frac{r}{b} dt$$
⁽⁶⁾

Utilizando programación a bloques [4] se modela la planta en el software utilizando las ecuaciones (4), (5) y (6) como se observa en la figura 3.



Figura 3. Subsistema. Cinemática de la planta.

Se desarrolla una prueba a la planta utilizando las dimensiones reales que tendrá el móvil, la distancia b de separación entre las ruedas de 43 mm. y cada una con un radio r de 7 mm. Para la simulación se designa una velocidad diferente para cada entrada, 10 para la rueda izquierda y 5 para la derecha, como se muestra en la figura 4.



Figura 4. Prueba de subsistema.

En la gráfica de la figura 5 se puede notar la trayectoria circular que recorre el móvil al tener una velocidad diferente en cada rueda.



Figura 5. Desplazamiento en el plano.

<u>ACTUADOR</u>

Para la generación del movimiento en este tipo de robots se suele trabajar con motores de corriente directa por la razón de tener un modelo lineal [2].

En este caso se seleccionaron los motores de CD de la marca Pololu (figura 6), que cuentan con una caja de engranes que proporciona una buena relación de velocidad con respecto al par torsor, como lo muestran las especificaciones de la tabla 1 obtenidas del fabricante [8].



Figura 6. Dimensiones del motor DC. Pololu [8].

Tabla 1. Especificaciones del motor DC. Pololu [8].

Parámetro	Símbolo	Valor	Valor equivalente
Gear Ratio	η	26:1	oquivalonto
Rated	v _{rated}	6 v	
Voltage			
Free-run	$\dot{\theta}_{free}$	2500	261.8
speed	,	rpm	rad/seg
Free-run	i _{free}	35 mA	
current			
Stall current	i _{stall}	400	
		mA	
Stall torque	T _{stall}	1.5	0.0106 N*m
		oz*in	

Para obtener el modelo se analiza la velocidad angular de cada rueda a partir del circuito equivalente aproximado para un motor de corriente directa [7], como se muestra en la figura 7.



Figura 7. Circuito electromecánico equivalente.

Donde:

$v_i(t)$	Voltaje de entrada
$\theta(t)$	Ángulo de salida
R	Resistencia de armadura
L	Inductancia de armadura
β	Constante de fricción
J _m	Momento de inercia

Debido a que los parámetros proporcionados por el fabricante pertenecen a la salida del tren de engranes, se reducirá el estudio al considerar solamente un momento de inercia.

A continuación, se obtienen las ecuaciones diferenciales de la parte eléctrica por la ley de voltajes de Kirchoff y de la parte mecánica por la ley de Newton, en donde se observa que aparecen la constante eléctrica k_e y mecánica k_t que más adelante nos ayudarán a relacionar ambas partes.

Para la parte eléctrica

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + v_e(t) = v_i(t)$$
⁽⁷⁾

$$v_e(t) = k_e \theta(t) \tag{8}$$

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + k_e \dot{\theta}(t) = v_i(t)$$
⁽⁹⁾

Para la parte mecánica

$$T_e(t) + T_\beta(t) = J_m \ddot{\theta}(t) \tag{10}$$

$$T_e(t) = k_t i(t) \tag{11}$$

$$k_t i(t) = J_m \ddot{\theta}(t) + \beta \dot{\theta}(t) \tag{12}$$

Para obtener la función de transferencia partimos de (9) y (12) usando la transformada de Laplace para pasar del domino del tiempo al dominio en s;

$$RI(s) + LsI(s) + k_e\dot{\theta}(s) = V_i(s)$$
⁽¹³⁾

$$k_t I(s) = J_m s \dot{\theta}(s) + \beta \dot{\theta}(s) \tag{14}$$

Despejando la variable de corriente I(s) en (13) y (14) y sustituyendo para unir ambas ecuaciones se obtiene la relación de la salida entre la entrada:

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{V_i(s)} = \frac{k_t}{(J_m s + \beta)(Ls + R) + k_e k_t}$$
(15)

Desarrollando la multiplicación en el denominador de (15):

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{V_i(s)} = \frac{k_t}{J_m L s^2 + (J_m R + \beta L)s + (\beta R + k_e k_t)}$$
(16)

Las características eléctricas de Resistencia e Inductancia de armadura se obtienen a través de la medición del dispositivo físico, mientras que el voltaje de entrada será el valor nominal que especifica el fabricante.

R = 15 ohmsL = 2.6 mH

 $v_i(t) = 6 v$

Los valores de las constantes eléctrica y mecánica se calculan a partir de las especificaciones mostradas en la Tabla 1 [8]:

$$k_e = \frac{v_{rated}}{\dot{\theta}_{free}} = 0.0024 v_{/rpm} = 0.023 v_{/rad/seg}$$
$$k_t = \frac{T_{stall}}{i_{stall}} = 3.75_{oz*in/A} = 0.026 N*m_A$$

Por último, los parámetros mecánicos de momento de inercia y la constante de fricción son más complicados de cuantificar, por lo que se asignará un valor muy pequeño de prueba.

 $J_m = 1 \times 10^{-5} \text{ kg}^* \text{m}^2$ $\beta = 1 \times 10^{-7} \text{ N}^* \text{m/(rad/s)}$

Para la simulación se utilizará un bloque con la función de transferencia para cada uno de los motores (ver figura 8) donde la entrada es el voltaje de alimentación y la salida la velocidad angular del eje de la rueda:



Figura 8. Diagrama de bloques del actuador eléctrico.

En la figura 9 se muestra la curva de respuesta de la velocidad angular para una función escalón, suministrando el voltaje nominal de 6 volts.



Figura 9. Respuesta del actuador a la función escalón.

<u>RETROALIMENTACIÓN</u>

Esta etapa permite revisar la desviación de la orientación del móvil con respecto a la línea de trayectoria, como podría ocurrir en una curva (figura 10).



Figura 10. Ángulo de desviación de la trayectoria.

El ángulo α de desviación del móvil respecto a la línea será medido a partir de sensores infrarrojos conformados por un emisor y un receptor [9], que detectan la cantidad de luz infrarroja reflejada en una superficie, con un valor mínimo para un color blanco y máximo para un fondo negro [3], que en este caso sería la línea que marca la trayectoria a seguir como se muestra en la figura 11.



Figura 11. Sensor infrarrojo.

Se cuantificará el área de intersección del rango del sensor con respecto a la línea que marca la trayectoria (ver figura 12) [10].



Figura 12. Esquema de funcionamiento del sensor.

El robot estará equipado con seis sensores distribuidos en la parte frontal de la estructura, como se observa en la figura 13, para tener una buena lectura de la posición de la línea [3].



Figura 13. Ubicación de sensores de sensores.

Se toma la lectura S_n de cada sensor de manera individual y después se calcula el promedio ponderado asignando a cada sensor el valor del ángulo que representa, lo que nos aproxima a un rango de cobertura de $\pm 50^{\circ}$ por los seis sensores.

$$\alpha = \frac{-50 \cdot S_0 - 30 \cdot S_1 - 10 \cdot S_2 + 10 \cdot S_3 + 30 \cdot S_4 + 50 \cdot S_5}{S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5}$$

En el software se genera una función, teniendo como entradas la posición y orientación global del robot, como datos constantes el radio de alcance del sensor IR y la posición de cada uno con respecto al centro de rotación del móvil; y como salida devuelve el ángulo de desviación α .

En la figura 14 se muestra la cobertura de los sensores con un rango de radio de alcance de 1cm., con la posición del robot móvil en la coordenada (0,0) y del lado izquierdo con un ángulo de 0° de orientación y del lado derecho con un ángulo de 45°.



Figura 14. Cobertura de los sensores con 0° y con 45° grados en la orientación del móvil.

Para verificar el funcionamiento de la función, que interpreta el bloque de sensores, se conecta una rampa a la entrada del ángulo y una constante de 0 para la posición (figura15), para representar una rotación del móvil sin un desplazamiento en el plano, generando un cambio bastante lineal en la lectura que devuelve la función, como se observa en la figura 16.



Figura 15. Prueba con el bloque de sensores.



Figura 16. Curva de respuesta de sensores.

CONTROL

Al obtener la señal α de la retroalimentación se compara con el ángulo de entrada σ , que representa la orientación deseada del móvil con respecto a la línea, dando como resultado la señal de error *e*.

$$e = \sigma - \alpha \tag{18}$$

Debido a que se requiere que el móvil no tenga desviación, se considera $\sigma = 0$ por lo que la ecuación anterior se reduce.

$$e = -\alpha \tag{19}$$

Ahora se diseña un control proporcional [5], que consiste en multiplicar la señal de error epor una constante k_p lo que modificará el suministro de voltaje para cada motor y a su vez la velocidad angular de las ruedas cambiando así la dirección, como lo mostraban las ecuaciones cinemáticas. Al mismo tiempo se suma un voltaje constante v_{vel} para generar la velocidad con la que se desea que se desplace el robot, en caso de no existir perturbaciones.

$$v_{izq} = v_{vel} + e \cdot k_p \tag{20}$$

$$v_{der} = v_{vel} - e \cdot k_p \tag{21}$$

Esto se programa en un bloque de función, que representaría al microcontrolador que se ocuparía en el prototipo.

3. SIMULACIÓN

Ya que se tienen los bloques diseñados de manera individual, se procede a la integración del modelo completo, como se muestra en la figura 17.





Para poder observar el comportamiento del sistema se diseña una pista que incluya varias curvas como se observa en la figura 18.



Figura 18. Pista de prueba.

Se asigna un voltaje para la velocidad de avance $v_{vel} = 2 volts$ y la constante del control proporcional $k_p = 0$ por lo que no habría corrección del error, obteniendo los resultados de la figura 19.



Después se cambia el valor de k_p a 3 para ver los efectos del control. En la figura 20 se observa que el robot hace el seguimiento de la trayectoria de manera correcta terminando el circuito completo.



Figura 20. Recorrido con $v_{vel} = 2v$ y $k_p = 3$.

En los gráficos de la figura 21 se muestra: a) la desviación del ángulo α a través del recorrido, b) el cambio en la señal de control como el nivel de voltaje suministrado a cada motor, c) la velocidad angular de cada rueda y d) el ángulo φ de orientación con respecto al sistema de referencia absoluto.



Figura 21. Resultados con $v_{vel} = 2v$ y $k_p = 3$ para: a) ángulo de desviación α , b) voltaje de los motores v_{der} y v_{izq} , c) velocidad angular de las ruedas $\dot{\theta}_D y \dot{\theta}_l$ y d) ángulo de orientación φ .

Por último, se asigna un voltaje alto para la velocidad de avance con el resultado mostrado en la figura 22, en donde se observa que el robot móvil intenta seguir la trayectoria, pero la velocidad es demasiada para poder hacer las correcciones a tiempo.



Figura 22. Recorrido con $v_{vel} = 4.5v$ y $k_p = 3$.

4. CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se concluye que se ha llegado a un modelo bastante aproximado de cada una de las etapas para el sistema de control del robot móvil seguidor de línea, que al ser integradas proporciona una simulación del comportamiento que tendría la plataforma utilizando los parámetros que se ocuparon de manera virtual.

Al obtener un seguimiento de la trayectoria de manera correcta con un control bastante básico a una baja velocidad abre la posibilidad de poder trabajar con un control más elaborado como podría ser un PID para conseguir la corrección del error a velocidades superiores. Para la siguiente etapa se pretende construcción del prototipo con el objetivo de comparar los resultados con los obtenidos del modelo virtual.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Puebla/Tecnológico Nacional de México y a la División de Carrera de Mecatrónica de la Universidad Tecnológica de Huejotzingo por su colaboración y disposición de laboratorios y equipo para el desarrollo de la investigación y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico proporcionado.

REFERENCIAS

- F. Reyes Cortés, Robótica Control de Robots Manipuladores, México D.F.: Alfaomega Grupo Editor, 2011.
- [2] R. Silva Ortigoza, J. R. García Sánchez, V.
 R. Barrientos Sotelo, M. A. Molina Vilchis, V.
 M. Hernández Guzmán y G. Silva Ortigoza, «Una panorámica de los robots móviles,» *Télématique*, vol. 6, nº 3, pp. 1-14, 2007.
- [3] R. Ríos Ramírez, «Diseño y construcción de un autómata seguidor de línea inteligente,» México DF, 2006.
- [4] L. E. Solaque Guzmán, M. A. Molina Villa y E. L. Rodríguez Vásquez, «Seguimiento de Trayectorias con un Robot Móvil de Configuración Diferencial,» *Ing. USBMed,* vol. 5, nº 1, 2014.
- [5] K. Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Madrid: Pearson Educación, 2010.
- [6] J. A. Valencia V., A. Montoya O. y L. H. Rios,
 «Modelo Cinemático de un Robot Móvil Tipo Diferencial y Navegación a Partir de la Estimación Odométrica,» Scientia et

Technica, nº 41, 2009.

- J. I. Collazo Cuevas, E. Gorrostieta Hurtado, J. C. Pedraza Ortega, U. G. Villaseñor Carrillo, R. A. Romero Torres y M. A. González Aguirre, «Modelación de un Robot Móvil de Dos Ruedas con Tracción Diferencial,» 2009.
- [8] Pololu Robotics & Electronics, «26:1 Sub-Micro Plastic Planetary Gearmotor 6Dx16L mm,» Pololu Robotics & Electronics, [En línea]. Available: https://www.pololu.com/product/2357. [Último acceso: 9 Mayo 2018].
- [9] Appin Knowledge Solutions, Robotics, New Delhi: Infinity Science Press, 2007.
- [10] W. F. Romero Marin, «Simulacion Sensores Opticos Reflectivos con mat lab,» 17 Diciembre 2014. [En línea]. Available: https://www.youtube.com/watch?v=sB3zCxzCitE& t=239s. [Último acceso: 9 Mayo 2018].

Acerca de los autores



Salomón Noé Turiján Altamirano es profesor de tiempo completo en la Universidad Tecnológica de Huejotzingo en la carrera

de Mecatrónica en el área de Robótica. Recibió el grado de Maestro en Ingeniería Electrónica en 2019 por parte del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Puebla y el grado de Ingeniero en Electrónica en 2009 por parte de la misma institución. Se certificó como desarrollador asociado de LabVIEW por parte de National Instruments. Como investigador ha desarrollado proyectos y publicaciones en área de sistemas mecatrónicos, el automatización, dispositivos para prendas inteligentes y sistemas embebidos.



Sergio Javier Torres Méndez Es Profesor de tiempo completo en el Tecnológico Nacional de México/Instituto

Tecnológico de Puebla y auxiliar en el Laboratorio de Manufactura Avanzada desde 2015 recibió el grado de Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica en 2014 por parte de la Universidad de Waterloo, Ontario, Canadá; también recibió el grado de Maestro en Ciencias en Electrónica en 2008 por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, y el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica por parte del Instituto Tecnológico de Veracruz en 1995. Es miembro del cuerpo académico en Consolidación: Sistemas interactivos У realidad virtual. Sus intereses de investigación se relacionan con el diseño y desarrollo de robots de alta velocidad y de sistemas mecatrónicos interactivos para la asistencia humana. Así como el desarrollo de estudios mecatrónicos para sistemas automotrices que sean amigables con el medio ambiente.



José Rafael Mendoza Vázquez. Es profesor de tiempo completo en el Tecnológico Nacional de México/Instituto

Tecnológico de Puebla, en el departamento de Ingeniería eléctrica y electrónica. Recibió el grado de Doctor en Ciencias en la especialidad de Electrónica en 2010 por parte del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) y el grado de Maestro en Ciencias en Electrónica en 2003 por la misma institución. Ha trabajado en proyectos de desarrollo tecnológico del tipo robots de aplicación específica y militar con actividades en instrumentación, robótica, automatización y control en aplicaciones marítimas para la secretaria de Marina. Armada de México. Cuenta con publicaciones en Congresos internacionales y nacionales, así como publicaciones en revisas indexadas. Es miembro del cuerpo académico Sistemas interactivos y realidad virtual. Su investigación se encuentra dentro

el área de robótica y control con énfasis en robótica, control de movimiento, modelado y sistemas interactivos.



Vicente Ramírez Palacios. Es profesor de tiempo completo en el Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Puebla.

Recibió el grado de Maestro en Ciencias en Electrónica en 1997 por el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica y el título de Ingeniero Industrial en Electrónica en 1996 por el Instituto Tecnológico de Puebla. Ha trabajado en el área de automatización y control de procesos, utilizando algoritmos de control basados en PID, Lógica Difusa y Redes Neuronales; ha desarrollado comunicaciones de procesos a través de Redes Industriales como son: red ASi, red profibus y red ethernet, control y adquisición de datos de los procesos por medio de sistemas SCADA. Es integrante del cuerpo académico Sistemas Interactivos y Realidad virtual, colaborador en el proyecto Impresión 3D de una mano robótica. Ha publicado artículos en congresos internacionales con la temática de automatización, sistemas interactivos y visión por computadora.