

# Aprendizaje del cálculo de áreas bajo la curva con sumas de Riemann aplicando GeoGebra

Learning the calculation of areas under the curve with Riemann sums applying GeoGebra

Avilés Santamaría Renato, Catalán Villegas Arnulfo, Feliciano Morales Angelino, Cuevas Valencia  
Rene Edmundo, Alarcón Paredes Antonio

Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Guerrero, Lázaro Cárdenas 88, Zona Sin Asignación Denombre de Col 21, Chilpancingo de los Bravo, Gro, México

\* Correo-e: renatoavi@hotmail.com

## PALABRAS CLAVE:

Aprendizaje Significativo,  
Programa Matemático,  
Programa Educativo,  
Funciones.

## RESUMEN

A continuación se presentan los resultados que se obtuvieron al manejar un enfoque de aprendizaje colaborativo basándose en las TICs, para el área de matemáticas, específicamente en el "Cálculo de áreas bajo la curva con sumas de Riemann aplicando GeoGebra", con los alumnos del sexto semestre de la Preparatoria número 37 de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro). Lo anterior se realizó con la finalidad de diseñar estrategias que faciliten la comprensión de esta disciplina en los estudiantes de bachillerato y además ser un medio de motivación para docentes del área de matemáticas y así apliquen dicho enfoque apoyándose con algún software, en sus respectivas unidades de aprendizaje. Con lo anterior, se describe un ejemplo para calcular el área bajo la curva dado en un intervalo, en el eje x, utilizando las sumas de Riemann y la interpretación de la gráfica. Para el monitoreo se eligieron 2 grupos de estudiantes, en uno se utilizó el software y en el otro se usó la forma convencional de aprendizaje. Al iniciar las actividades escolares se aplicó un examen de diagnóstico para conocer que tanto sabían del tema, con lo cual no se obtuvieron diferencias significativas en ambos grupos de estudiantes. Al término del semestre, se aplicó una prueba de conocimientos para comparar resultados en ambos grupos, observándose mejor desempeño en los estudiantes del grupo experimental. Por otra parte, también se aplicó una encuesta al grupo de estudiantes que se apoyaron en el software, con la finalidad de conocer cómo aprenden mejor.

## KEYWORDS:

Learning significant,  
programme  
mathematics,  
programme  
education, functions.

## ABSTRACT

Below are the results that were obtained when managing a collaborative learning approach based on ICTs, for the area of mathematics, specifically in the "Calculation of areas under the curve with Riemann sums applying GeoGebra", with students in the sixth semester of the Preparatory number 37 of the Autonomous University of Guerrero (UAGro). This was done in order to design strategies that facilitate the understanding of this discipline in high school students and also be a means of motivation for teachers in the area of mathematics and thus apply this approach supported by some software in their respective units of learning. With the above, an example is described to calculate the area under the given curve in a range, on the x-axis, using the Riemann sums and the interpretation of the graph. For monitoring two groups of students were chosen, in one the software was used and in the other the conventional way of learning was used. At the beginning of the school activities, a diagnostic test was applied to know how much they knew about the subject, which meant that no significant differences were found in both groups of students. At the end of the semester, a knowledge test was applied to compare results in both groups, observing better performance in the students of the experimental group. On the other hand, a survey was also applied to the group of students who relied on the software, in order to know how they learn best.

**Recibido:** 31 de julio de 2018 • **Aceptado:** 10 de abril de 2019 • **Publicado en línea:** 31 de octubre de 2019

## 1. Introducción

El uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) en las diferentes áreas del conocimiento, ha influido en el proceso de la enseñanza-aprendizaje, sobre todo para el logro de aprendizajes significativos; sin embargo, el uso de las TICs en las escuelas sigue siendo en algunos casos algo que no se ha logrado implementar totalmente.

Patricia Jaramillo propone que las TICs deben ser usadas en los ambientes de aprendizaje para que los estudiantes puedan desarrollar actividades y formas de pensamiento que favorezcan el aprendizaje significativo. Esto es debido a que aprender con las TICs implica extender la capacidad de investigar, explorar, escribir, construir modelos, comunicarse con otros, diseñar y visualizar. Estos usos de las TICs apoyan el aprendizaje significativo porque requieren que el estudiante piense y razone y es claro que se aprende pensando sobre lo que se hace, sobre lo que se cree, sobre lo que otros han hecho o creído y sobre los procesos usados al hacer y pensar (Jaramillo, 2012).

Esto puede obedecer a diferentes razones, pero se podría afirmar, que el factor predominante es la falta de actualización de los docentes, quienes durante un buen lapso han utilizado métodos que con ellos aprendieron y por lo que están convencidos de que estos procedimientos son los adecuados (es el caso en la enseñanza tradicional). Ahora bien, lo importante, es que poco a poco se han ido incorporando maestros jóvenes, que de alguna manera, ya manejan las TICs. Con estos jóvenes docentes y actualizando aquellos maestros que aún les cuesta trabajo el uso de las TICs, se podría lograr grandes avances.

Por lo antes expuesto, el propósito de este artículo es poner de manifiesto a toda esta comunidad enseñante, que el uso de las TICs puede facilitar el proceso del aprendizaje, así

como se explica durante esta exposición; en el que al trabajar dos grupos de diferente manera, a uno se le ha enseñado el tema “cálculo del área bajo la curva con las sumas de Riemann” sin usar las TICs, es decir, bajo un método de enseñanza tradicional, mientras que el otro se le dan las herramientas necesarias para que durante su proceso de aprendizaje del mismo contenido, implementen el uso del software GeoGebra, dando resultados bastantes satisfactorios con estos últimos con los que se utilizó dicho software. Puesto que ellos mismos (ambos grupos) lo han manifestado.

Este experimento se llevó a cabo en la Escuela Preparatoria Núm. 37 de la Universidad Autónoma de Guerrero. Se eligieron los grupos 601 y 603 para llevar a cabo dicho experimento, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje del tema antes mencionado, el primer grupo de alumnos se le aplicó un método de enseñanza tradicional, mientras que el segundo con el uso de GeoGebra. Esto en el semestre próximo pasado Febrero-Julio del 2018, en la asignatura Matemáticas VI con el tema “Cálculo del área bajo la curva con las sumas de Riemann”.

Es importante señalar que no se puede establecer como un hecho, de que todos los software matemáticos existentes sean buenos o malos para el aprendizaje de las matemáticas, sino que esto será el resultado, de cómo se empleen y en qué momento, para poder obtener el objetivo que se persiga con los estudiantes; sobre todo para el logro de un aprendizaje significativo. Tal y como lo marca hoy en día el enfoque por competencias, que se ha adoptado en el Nivel Medio Superior en la mayor parte de las escuelas del país, como es el caso de la Escuela Preparatoria Núm. 37 de la UAGro; en este caso, para dar cumplimiento al enfoque por competencias, se estará atendiendo a la segunda categoría de competencias genéricas “se expresa y se

comunica”, en esta categoría, los estudiantes estarán desarrollando la competencia genérica 4.- “Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados”, de la que los estudiantes movilizarán el primer atributo, es decir, el 4.1.- “expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas matemáticas o gráficas”. Así también, en esta ocasión se estará haciendo referencia a la quinta categoría de competencias genéricas “trabaja de forma colaborativa” de la que los estudiantes se apropiaran de la competencia genérica 8.- “participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos”.

## 2. Antecedentes

Hace ya varias décadas el proceso de aprendizaje se han tratado de implementar herramientas o tecnologías que permita hacer de este proceso algo más fructífero, actualmente el uso de imágenes virtuales permite a los estudiantes apropiarse con más facilidad de los contenidos de las diferentes áreas del saber.

Las TICs en la educación, inicio a finales de la década de los 50’s cuando se desarrollaron las primeras herramientas, como calculadoras, graficadoras, entre otros; sobre todo en el área de las matemáticas. Esto adquiere mayor importancia a principios de la década de los 90’s, cuando surge el software matemático GeoGebra, el cual se propone como parte de una tesis desarrollada por Markus Hohenwarter, donde su idea era crear un programa que combinara las tres partes de las matemáticas que son el cálculo, el álgebra y la geometría, que actualmente se puede trabajar en Cálculo y Estadística (Hernández, descargageogebra.com., s.f.).

Evidentemente que las TICs no resuelven el problema del aprendizaje de la Matemática,

sin embargo, se deben considerar como una herramienta innovadora, la cual puede implementarse en ciertos momentos del proceso educativo, para aprovecharlo, en el mejor entendimiento y comprensión de los contenidos o temas, por parte de los alumnos; esto, ya será tarea de cada maestro, el tener la habilidad de implementarlo, dependiendo del tema a trabajar.

En el año 2015, Fredy Barahona Avecilla, Olga Barrera Cárdenas, Byron Vaca Barahona, Blanca Hidalgo Ponce; ponen en marcha una investigación titulada “GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil”; dicha investigación trata sobre el apoyo que tiene dicho software para mejorar los niveles de aprendizaje de los estudiantes, al integrar posibilidades de desarrollar la colaboración constructivista de los estudiantes, así como la generación de espacios adecuados de retroalimentación (Avecilla, Cárdenas, & Ponce, 2015).

Para la fecha 05 de junio de 2014, Marta Ezquerro García en su trabajo de fin de Maestría con el tema “Uso de GeoGebra en la enseñanza de Geometría analítica en 4° grado de la escuela secundaria obligatoria (ESO)”, propone que se elabore una propuesta didáctica con una metodología adecuada para la impartición del bloque de Geometría Analítica con ayuda del software de estudio. Esto es debido a la investigación que realizó en el campo del Instituto Etxebarri BHI situado en la localidad de Etxebarri en Vizcaya España, donde utilizó GeoGebra en la enseñanza de Geometría Analítica para favorecer el aprendizaje significativo de la matemática, y estimular el interés por parte de los estudiantes (García, Uso de GeoGebra en la enseñanza de geometria analitica, 2014).

### 2.1 Descripción de los softwares

### matemáticos existentes

La matemática para la mayoría de los estudiantes de la Preparatoria Núm. 37 se ha convertido en uno de los problemas que más influye en el bajo rendimiento escolar, así lo indican los resultados de los diferentes exámenes que se han aplicado durante su estancia en dicha escuela; es por esto que los softwares matemáticos se sugieren como una herramienta importante para combatir esta problemática dentro de las aulas de clase, para facilitar el desempeño y la asimilación de los diferentes contenidos de los temas de la matemática que ahí se imparten.

De acuerdo a los últimos resultados de la prueba PLANEA, la mayoría de las preparatorias de la Universidad Autónoma de Guerrero salieron muy mal en lenguaje y comunicación, así como en Matemáticas en el turno vespertino, pero de manera particular las de Acapulco y Costa Chica. El pasado 15 de Diciembre en la sesión del Consejo Universitario, Ramón Reyes Carreto presento un diagnóstico de 2008 a 2017 sobre cómo se encuentran las preparatorias de la UAGro, de acuerdo con los resultados de la prueba PLANEA, y mencionó que en términos generales están bien, pero están debajo de escuelas particulares y de otras instituciones que imparten bachillerato (Contreras & Flores, 2017).

Dentro de los softwares existentes para ser utilizados como estrategias en el proceso de enseñanza se encuentra Winplot, tiene como característica que genera gráficos de funciones lineales, cuadráticas, hipérbolas, exponencial, geométricas y trigonométricas, las cuales son aplicadas en áreas de conocimiento: matemática, Demografía, Biología, Física, Química, entre otras (Educ.ar., 2012). Otro es Wiris Cas se puede usar a través de una página HTML de forma online funciona para cálculos matemáticos desarrollado para uso educativo, permite

realizar cálculos de: aritmética, funciones, ecuaciones, integrales, derivadas, límites, series, series de Taylor, progresiones y estadísticos, así como gráficos dinámicos en 2D Y 3D (MORE M. F., s.f.).

Además está Derive, que ejecuta cálculos matemáticos avanzados como lo son: variables, expresiones algebraicas, ecuaciones, funciones, vectores, matrices, trigonometría, derivadas e integrales (EcuRed, EcuRed, 2010). El programa Calc 3D gratuito, es útil para cálculos estadísticos, de función de trazado, de integración, de vectores, de matrices, de números complejos, incluye un editor de texto de funciones matemáticas (Greuer A. , s.f.).

Para Finalizar esta exploración se indagó sobre un software de nombre Máxima, para el manejo de expresiones simbólicas y numéricas, el cual incluye los cálculos de diferenciales, integrales, expresiones en series de Taylor, transformaciones de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, vectores tensores, matrices y sistema de ecuaciones lineales (Maxima P. O., s.f.). Y se consideró a GeoGebra, encontrando que es un programa de matemáticas dinámicas creado para todos los niveles educativos, cuyo propósito es la geometría, el álgebra, las hojas de cálculo, la estadística y el cálculo, es de muy fácil aprendizaje y presenta un entorno de trabajo amigable, sus gráficos son en 2D y 3D los cuales se pueden exportar con facilidad tanto en documentos de texto y páginas web interactivas (Geogebra, s.f.).

### 3. Enseñanza de la matemática apoyada en las TICs

#### 3.1. Problemática en el aprendizaje del cálculo

Más de la mitad de los estudiantes de tercer grado de bachillerato no pueden realizar operaciones básicas con fracciones, indican los resultados de planea 2017. La sección de

Matemáticas tiene un puntaje promedio a nivel nacional 500 puntos. Guerrero está entre los estados con peores resultados con 473 puntos, solo por arriba de Tabasco con 457 y Chiapas con 439. En cuanto a matemáticas, los resultados son más desalentadores. El 76 por ciento de los estudiantes se encuentran en el nivel I lo cual significa que los estudiantes “tienen dificultades para realizar operaciones con fracciones y operaciones que combinen incógnitas o variables (representadas con letras), así como para establecer y analizar relaciones entre dos variables” y solo el 0.9 por ciento alcanza el cuarto nivel en donde se encuentran los estudiantes que entienden diversas reglas matemáticas como las leyes de signo, así como tienen la capacidad de plasmar ecuaciones en gráficas. El porcentaje promedio nacional para el nivel I fue de 66.2 y para el nivel IV fue de 2.5 (Gómez, 2017).

De lo anterior se le planteo a los tres grupos de tercer grado de la escuela preparatoria 37 de la UAGro del semestre próximo pasado, del ¿Por qué presentan tanto desinterés por los temas del cálculo?, y el 86 % del total de los grupos, coincidió, que se les hace muy complicado los contenidos que en él se abordan y que las metodologías empleadas por el docente, no propician ambientes amigables de estudio de los temas. En reuniones de academia que se realizaron durante el semestre Febrero – Julio 2018, los docentes opinaron el desinterés referido y se discutió la posibilidad de unir esfuerzos para establecer estrategias que permitan combatir la problemática; ya que, en este sentido el poco conocimiento que logran asimilar los estudiantes, es solamente la comprensión del problema desde el punto de vista algebraico, pero no se logra su interpretación gráfica. Es por esto, que se considera que en los planes de estudio de la UAGro, se haga obligatorio el uso adecuado de algún software educativo y que el educando logre familiarizarse con él, para fortalecer sus

habilidades de aprendizaje del cálculo, sobre todo desde el punto de vista gráfico, que por consiguiente los conduzca a mejorar el aprendizaje significativo.

#### **4. El uso de las TICs apoyado en el aprendizaje colaborativo para la obtención de aprendizajes significativos**

A través de la experiencia se ha concluido que por lo general el estudiante ofrece resistencia al aprendizaje, porque no le encuentra sentido el aprender de forma mecánica, esto significa, que la tarea de aprender un tema, el estudiante debe considerarlo necesario para su actuar en la vida; de ahí debe surgir la motivación por aprenderlo.

En la actualidad en todas las áreas del saber se ha vuelto una necesidad de que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo, necesita relacionarse con otros compañeros para que la información que el posee pueda reajustarla o reconstruirla y de esta forma tenga un mejor aprovechamiento. Lo anterior se logra a través del aprendizaje colaborativo y agregando el uso de las TICs donde los estudiantes puedan comprender desde otro contexto el conocimiento. Sin embargo, esta necesidad quizá sea más favorable en el aprendizaje de la matemática, puesto que permite con facilidad comparar y comprobar resultados a la vez, y no así, con una enseñanza tradicional donde no se emplea las TICs.

De esta forma como lo menciona Paz Baeza Bischoffshausen, A. M. (1999) “el aprendizaje colaborativo asistido por computadora (ACAC)” apunta a relacionar de alguna forma a sujetos y computadores tras un objetivo común de carácter formativo. Las experiencias de aprendizaje colaborativo asistido por computador, apuntan a entender el aprendizaje como un proceso de contextualización de la situación en que se desarrolla el proceso de enseñanza-

aprendizaje (Bischoffshausen, 1999).

La experiencia de trabajar con los alumnos en forma colaborativa utilizando un software que en este caso se trata de GeoGebra; se asemeja al principio pedagógico de “aprender haciendo”, porque al estar socializando con sus compañeros, no solo han demostrado entender el tema, sino que también le surgen dudas, mismas que van planteando a sus mismos colegas de equipo, o por otra parte, empiezan a aportar nuevas ideas al grupo de trabajo; situación que demuestra que el estudiante está movilizándolo con sus razonamientos matemáticos, aprendizaje significativo, encontrándole sentido a lo que está aprendiendo.

Esto justifica que el estudiante, además de hacerlo trabajar en equipo de manera colaborativa, debe hacerle saber con prontitud, que lo que va obtener le será útil en la vida; así el uso de GeoGebra, ha permitido a los escolares, tener contacto con lo que está asimilando; puesto que el software les hace ver y manipular el cálculo de áreas bajo la curva, y descubre con facilidad, que lo que está aprendiendo, lo puede aplicar de diferente manera en su vida diaria.

Se puede poner de manifiesto que si el estudiante socializa con sus compañeros en la tarea de aprender, esto le permite, despejar dudas, plantearse nuevas preguntas, motivarse, e inspirarse para comprender el contenido. La importancia del aprendizaje colaborativo apoyado con las TICs, en particular de un software que le facilite comparar diferentes problemas a la vez; todos estos factores hacen de su tarea de aprender, una experiencia inspiradora.

El aprendizaje colaborativo es una idea basada en conceptos de colaboración, trabajo en equipo, comunicación y responsabilidad. El aprendizaje colaborativo

se realiza a través de tareas que se establecen y son observadas por todo el equipo, cada uno de los integrantes juega un papel importante, el cual puede ser de operadores y evaluadores de los proyectos que se consideren adecuados. El aprendizaje colaborativo es importante, pero a diferencia del trabajo en equipo, no existe un dirigente, sino que cada uno funciona como tal en la tarea que se le ha designado. Cada dirigente de cada una de las tareas, la expone al equipo que actúa como evaluador, es por esto que la comunicación es importante en este tipo de aprendizaje.

Como lo menciona María Eugenia Calzadilla (2002) para lograr un aprendizaje colaborativo se debe tener en cuenta las siguientes sugerencias:

- a) Estudio pormenorizado de capacidades, deficiencias y posibilidades de los integrantes del equipo.
- b) Establecimiento de metas conjuntas.
- c) Elaboración de un plan de acción, con responsabilidades específicas y encuentros para la evaluación del proceso.
- d) Chequeo permanente del progreso del equipo, a nivel individual y grupal.
- e) Cuidado de las relaciones socioafectivas, a partir del sentido de pertenencia, respeto mutuo y solidaridad.
- f) Discusiones progresivas en torno al producto final (Calzadilla, Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y la comunicación, 2002).

#### **4.1. El manejo de GeoGebra en contenidos matemáticos en el aprendizaje colaborativo**

El mismo uso de GeoGebra se convierte en un recurso para que el estudiante que estudie matemáticas logre aprendizajes

significativos, al momento de que este se convierte en un aliado para que el educando le permita construir y comparar diferentes escenarios en el mismo problema a resolver, e incluso al tratar la resolución de diferentes problemas.

Una característica importante que presenta GeoGebra es la visualización algebraica donde se pueden observar las fórmulas que se introducen y otra donde se pueden apreciar las gráficas de cada una de las funciones, lo cual observa en la misma pantalla. Gracias a esto, los estudiantes pueden obtener al mismo tiempo un aprendizaje significativo sobre las funciones de los problemas de límites, derivadas, integrales, el cual mejora el estudio de la matemática, en particular en el cálculo de áreas bajo la curva con sumas de Riemann.

De esta forma Edwin David Tamayo Martínez (2013) menciona con respecto a las potencialidades del recurso, describe los siguientes aspectos centrales: posibilidades de generar conflictos cognitivos; accesibilidad y facilidad de manejo del programa; precisión en la elaboración y eficiencia en realización de graficas; además permite y motiva interacciones entre estudiantes (Martínez, Implicaciones didácticas de GeoGebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes del último grado de secundaria, 2013).

Es adecuado y útil, tanto para las actividades de aprendizaje propuestas por el profesor, debido a que GeoGebra es dinámico y fácil de usar. Los ejemplos que se realizaron en esta investigación ayudaron a crear un ambiente de aprendizaje colaborativo, lo cual se obtiene un aprendizaje significativo entre los estudiantes.

## 5. Desarrollo

### 5.1. Metodología de la investigación

Este estudio fue realizado con estudiantes del sexto semestre, los grupos 601 y 603 con 45 y 30 integrantes respectivamente, de la escuela Preparatoria Núm. 37 de la Universidad Autónoma de Guerrero, y consistió en trabajar con el grupo 601 el tema "Cálculo de áreas bajo la curva con la suma de Riemann", bajo un método expositivo; mientras que con el grupo 603 se abordó el mismo tema utilizando GeoGebra.

Después de haber concluido el trabajo con ambos grupos, para determinar la diferencia existente en aplicar un método u otro; los estudiantes se reúnen en una asamblea general en donde un equipo voluntario de 5 integrantes de cada grupo, explicó como aprendió el tema. Es importante señalar que cada equipo comenta el tema, método y los materiales que el maestro utilizó durante el desarrollo del mismo en cada una de las clases, es decir, así como el maestro abordó los contenidos. Para esto, ambos equipos resuelven el mismo problema con diferente estrategia.

Los materiales y herramientas utilizadas en la exposición con el grupo 601 son:

- Pizarrón.
- Plumones de diferente color.
- Papel bond.
- La resolución de un solo problema extra.

Mientras que en la exposición con el grupo 603, sobresalen la utilización de los materiales y herramientas siguientes:

- Utilización de laptop.
- Proyector.
- Pantalla de proyección.
- Utilización de GeoGebra.
- La resolución de varios problemas que les permiten observar el comportamiento de cada uno de ellos (en poco tiempo solo es posible bajo la utilización del GeoGebra, en este caso)

Al concluir las exposiciones, se encuestaron a 25 estudiantes de la asamblea general respondiendo las preguntas que se describen en los resultados, cabe señalar que en este caso se eligió una muestra de 25 integrantes tomados a través de un muestreo sistemático de un total de 75, que asistió a la asamblea.

La encuesta permitió reconocer que estos estudiantes que asistieron a la asamblea general, consideran que es de vital importancia que los maestros deben utilizar un software apropiado en todo proceso de aprendizaje, que les permita comprender mejor cada tema. Como en este caso quedó demostrado al utilizar GeoGebra.

## 5.2. Cálculo del área bajo la curva con sumas de Riemann aplicando GeoGebra

Después de analizar las características de los diferentes softwares matemáticos existentes, se decidió usar GeoGebra para realizar el tema “Cálculo del área bajo la curva con sumas de Riemann” esto es debido a que es un software que posee un entorno más fácil y entendible para el uso de los estudiantes.

Se planteó el siguiente problema para que los estudiantes del grupo 603, comenzaran a familiarizarse con GeoGebra. Para esto se siguieron los siguientes puntos para que los educandos pudieran emplear las sumas de Riemann, este problema trato de calcular el área limitada por la curva dada la siguiente función  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ , en el intervalo  $[0, 3]$ .

- En primer lugar se escribe la función  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ , en la barra de entrada para poder obtener la gráfica y visualizarla en la parte de vista gráfica.
- Se colocan los puntos de los intervalos  $[0, 3]$ , en la opción de punto para poder indicarlos, se

posiciona cada punto sobre el eje de las abscisas (eje x), los cuales se escribirán como  $a = 0$  y  $b = 3$ , esto se realiza dando click derecho sobre cada punto y eligiendo la opción de propiedades.

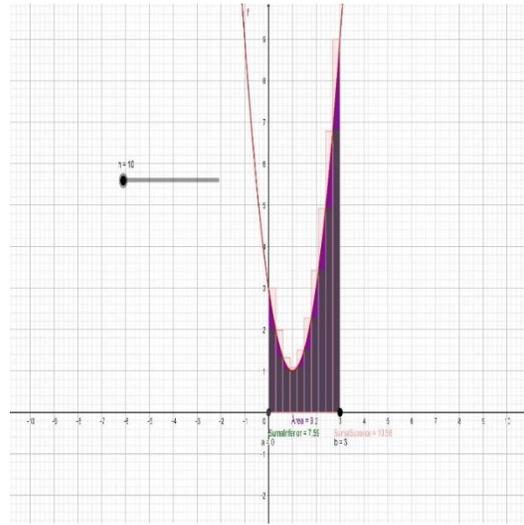
- Se escribe el comando  $Integral(f, x(A), x(B))$  en la barra de entrada para poder obtener la integral definida, donde  $Integral$  hace referencia a la integral definida,  $f$  a la función,  $x(A)$  y  $x(B)$  a los intervalos, esto ayudará a obtener el valor del  $\text{área} = 9$  comprendida debajo de la curva de la función  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$  y el intervalo  $[0, 3]$  esto nos dará un cálculo de dicha área con exactitud.
- Enseguida se hace uso del deslizador que es una herramienta del software, esto ayudará a representar el número de rectángulos que se toman en cuenta, para poder utilizar el deslizador se selecciona en las opciones que se encuentran en la parte superior de GeoGebra, al escoger se muestra una ventana secundaria, en ella se encuentran las características que debe tener este, se elige la opción de número esto permite que se introduzca el número de rectángulos a utilizar, se le da el nombre con la letra n para poder denotarlo y por último en la parte inferior de la venta secundaria se indica un intervalo para el número de rectángulos que se visualicen en la vista gráfica, esto ayudará para establecer las ideas de Riemann de cuantos rectángulos se necesitan para obtener el área con exactitud comenzando con uno hasta diez rectángulos que se puedan visualizar.
- Como siguiente paso se escribe en la barra de entrada el comando  $SumaInferior(f, x(A), x(B), n)$ , donde  $SumaInferior$  hace referencia

a sumas inferiores,  $f$  a la función,  $x(A)$  y  $x(B)$  al intervalo, y por último  $n$  al número de rectángulos, este comando permite primeramente realizar el cálculo del área bajo la curva de  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$  y el intervalo  $[0, 3]$  con las sumas de Riemann, dando como resultado el área igual a 3, al mover el deslizador hasta los diez rectángulos, el área empezará a cambiar y de esta manera se podrá observar como los rectángulos en la vista gráfica de GeoGebra comienzan a dibujarse debajo de la curva de la función.

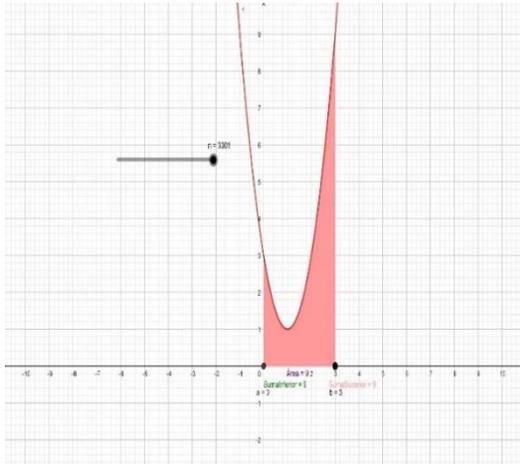
- Por último se escribe el comando  $SumaSuperior(f, x(A), x(B), n)$ , donde  $SumaSuperior$  indica sumas superiores de las ideas de Riemann,  $f$  a la función,  $x(A)$  y  $x(B)$  al intervalo, y por último  $n$  al número de rectángulos, se puede observar en la vista gráfica de GeoGebra como comienzan a dibujarse por arriba de la curva de la función los rectángulos, al ir moviendo el deslizador el área encontrada irá cambiando su valor en la suma superior la cual fue igual a 27 y al llegar a diez rectángulos su área encontrada para la suma superior fue de 10.48.

Al mover el deslizador hasta 10 rectángulos el área no será la misma con la determinada en la integral definida. De esta forma se les explica a los estudiantes que se tiene que ir moviendo el deslizador para ir determinando la cantidad de rectángulos que se deben emplear en las sumas inferiores y superiores, para obtener la misma cantidad de área que resulto con la integral definida. Esto se debe ir cambiando en las opciones del deslizador el número de intervalo máximo, el cual fue de  $n = 3001$ , con ello se genera la exactitud del área obtenida en las sumas inferiores y superiores

de Riemann comparado con el resultado de la integral definida. Esto demuestra que a través de GeoGebra se hace práctico ir construyendo la cantidad de rectángulos empleados en las ideas de Riemann. Mientras que el dibujar rectángulos inscritos y circunscritos debajo de cualquier curva de forma manual para poder obtener el área es problema engorroso. Las gráficas que se realizaron en GeoGebra para este problema, se pueden visualizar en la figura 1 y figura 2.



**Figura 1.** Aplicación de las sumas de Riemann con 10 rectángulos. Fuente propia.



**Figura 2.** Aplicación de las sumas de Riemann con 3001. Fuente propia.

Con el fin de lograr el objetivo de esta investigación, se han presentado los datos obtenidos de la encuesta realizada a los dos grupos (601 y 603) de la Escuela Preparatoria Núm. 37 de la UAGro, agrupándolos de tal manera que permitieran emitir un juicio.

**5.3. Análisis y discusión de resultados**

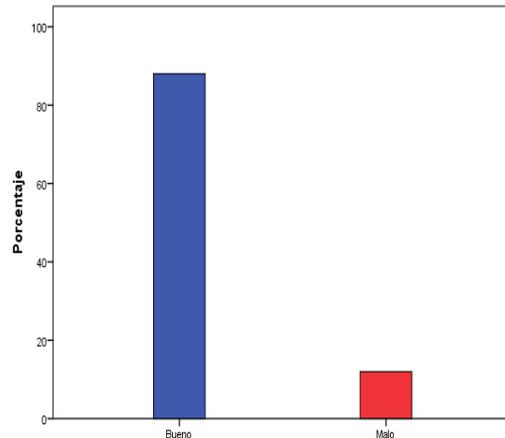
En este apartado se muestran las tablas de distribuciones de frecuencias y sus graficas respectivas con los resultados obtenidos de la encuesta aplicada a los estudiantes de sexto semestre de los grupos 601 y 603 de la Escuela Preparatoria Núm. 37 dependientes de la Universidad Autónoma de Guerrero.

La encuesta fue aplicada a una muestra de 25 estudiantes, donde se puede apreciar que el 88% de ellos consideran bueno la implementación de las TICs como GeoGebra en sus asignaturas, mientras que el 12% que es mala; de la misma forma consideran que GeoGebra ayudaría a tener una mejor comprensión en sus clases de matemáticas. Véase tabla 1 y figura 3.

¿Cómo consideras la implementación de las TICs como GeoGebra, en tus diferentes asignaturas?  
 ¿Crees que GeoGebra ayude a una mejor comprensión en las matemáticas?

**Tabla 1.** Tabla de Frecuencia. Fuente propia.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Bueno	22	88.0	88.0	88.0
Malo	3	12.0	12.0	100.0
Total	25	100.0	100.0	



**Figura 3.** Gráfica porcentual. Fuente propia.

Los resultados de la encuesta siguiente arrojan que las ventajas que pueda tener GeoGebra en sus clases es que 56% tendrían buena motivación para aprender, el 28% sería regular y el 16% no haría efecto alguno. Véase la tabla 2 y figura 4.

¿Qué tipo de ventajas podría traer GeoGebra en tus clases?

**Tabla 2.** Tabla de frecuencias. Fuente propia.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Mayor motivación para aprender	14	56.0	56.0	56.0
Regular motivación para aprender	7	28.0	28.0	84.0
Motivación nula	4	16.0	16.0	100.0
Total	25	100.0	100.0	

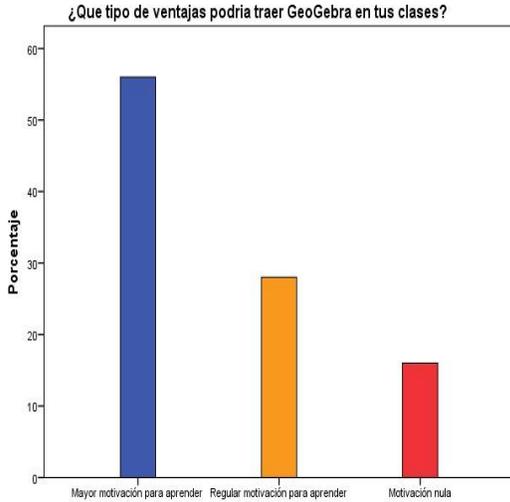


Figura 4. Gráfica porcentual. Fuente propia.

La siguiente tabla 3 y figura 5 muestran los resultados obtenidos de la aplicación de GeoGebra en las clases de matemáticas, los cuales son: 56% dicen que sería más completo, el 28% sería completo y solo el 16% regular.

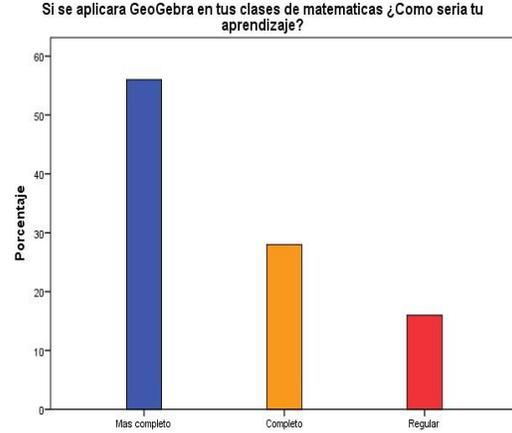


Figura 5. Gráfica porcentual. Fuente propia.

En la siguiente ilustración podemos apreciar que al 56% observan una diferencia en su enseñanza-aprendizaje aplicando GeoGebra en comparación a las clases tradicionales, el 28% muestran una diferencia completa y solo el 16% una diferencia regular y solo el 16% una diferencia nula.

Si se aplicara GeoGebra en tus clases de matemáticas ¿Cómo sería tu aprendizaje?

Tabla 3. Tabla de frecuencias. Fuente propia.

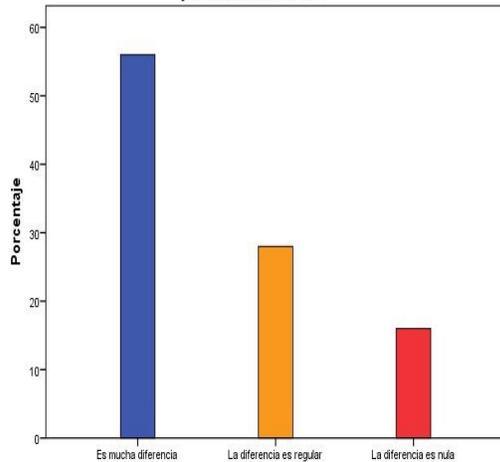
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Más completo	14	56.0	56.0	56.0
Completo	7	28.0	28.0	84.0
Regular	4	16.0	16.0	100.0
Total	25	100.0	100.0	

¿Qué diferencia hay entre un proceso de enseñanza-aprendizaje con GeoGebra y una clase tradicional?

Tabla 4. Tabla de frecuencias. Fuente propia.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Es mucha diferencia	14	56.0	56.0	56.0
La diferencia es regular	7	28.0	28.0	84.0
La diferencia es nula	4	16.0	16.0	100.0
Total	25	100.0	100.0	

¿Que diferencia hay entre un proceso de enseñanza-aprendizaje con GeoGebra y una clase tradicional?



**Figura 6.** Gráfica porcentual. Fuente propia.

Cabe señalar en este apartado, que al concluir el proceso de la aplicación de este software se llevó a cabo una plática en general con todo el grupo participante, propiciando que cada quien comentara su conocimiento obtenido del proceso, y conocer sus impresiones e inquietudes; en primera instancia se percibió un ambiente de mucho ánimo, quizá porque se había salido de una rutina en la que prácticamente el estudiante solo escucha y si acaso va tomando nota; ahora, con esta nueva forma (para ellos) de vivir el proceso de aprendizaje, los educandos entusiasmados hicieron señalamientos, tales como que con la práctica del software ellos (los alumnos) tuvieron una experiencia viva, en el sentido de que ellos personalmente hicieron las cosas, que aunque no dominaban muy bien el procedimiento del cálculo de área bajo la curva, GeoGebra les permitió hacerlo, y sobre todo con una variedad de funciones en muy poco tiempo.

Esto justifica que en la práctica de un enfoque de colaboración para la obtención de conocimientos significativos, de manera inevitable hace que el estudiante aprenda haciendo directamente las cosas él, con ayuda de las TICs.

En realidad, lo que los estudiantes comentaron en esa asamblea general antes descrita, fue prácticamente lo que la muestra de escolares respondió en la encuesta que se les aplicó; resultados que se explican con detalle en cada uno de los apartados de este numeral, donde se explican con porcentajes y de manera gráfica los cuestionamientos planteados.

## 6. Conclusiones

Después de haber revisado las encuestas aplicadas a los estudiantes participantes, se concluye que:

La utilización de GeoGebra, es prácticamente una necesidad, para que los estudiantes logren un aprendizaje significativo en un ambiente de colaboración (trabajo en equipo).

Los estudiantes señalaron la importancia de la utilización del software en el aprendizaje de la matemática, por lo que recomiendan se implemente alguna herramienta tecnológica en las áreas del conocimiento.

Debe quedarles claro a los estudiantes, que el software matemático denominado GeoGebra es solo una herramienta para reforzar el proceso de su aprendizaje.

Los estudiantes que trabajaron de manera tradicional el tema, al presenciar la exposición del tema con GeoGebra, opinaron en la asamblea general y en la encuesta realizada, que existe una diferencia abismal en tratar contenidos sin tecnología de punta con el abordar la temática con las TICs, puesto que este software es una herramienta que permite comparar prácticamente de manera inmediata, lo que sucede con muchas funciones a la vez; además, las dudas que van surgiendo se disipan casi instantáneamente, por lo que al final con este recurso se puede formar un juicio más confiable de lo que se está aprendiendo. Que el GeoGebra hace más dinámico el proceso de aprendizaje.

Se sugiere que los docentes de cualquier

nivel académico, deben implementar el uso de TIC's para fortalecer sus estrategias de enseñanza y de esta forma logren un aprendizaje significativo sus estudiantes.

Se deberá realizar una reunión con las distintas Academias que conforman las Escuelas Preparatorias de la Universidad Autónoma de Guerrero, para informarles los resultados que se obtuvieron al implementar el software GeoGebra para el aprendizaje de nuestros estudiantes de la Escuela Preparatoria Núm. 37. Para que de esta forma hagan uso de las TIC's para complementar sus estrategias y métodos de enseñanza y no seguir utilizando los métodos tradicionales.

### Referencias

[1] Calzadilla, M. E. (2002). Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Iberoamericana De Educación*, 1-10.

[2] Contreras, K., & Flores, I. (24 de 12 de 2017). EL SUR PERIODICO DE GUERRERO. Obtenido de <https://www.google.com.mx/amp/s/suracapulco.mx/2017/12/24/salen-muy-mal-en-matematicas-y-lenguaje-las-prepas-de-la-uag-en-la-prueba-planea-informan/amp>

[3] EcuRed. (14 de Diciembre de 2010). EcuRed. Obtenido de <https://www.ecured.cu/DERIVE>

[4] Educ.ar. (30 de Enero de 2012). Educ.ar. Obtenido de <https://www.educ.ar/recursos/70299/winplot>

[5] Fredy Barahona Avecilla, O. B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica*

ESPOL, 121-132.

[6] García, M. E. (5 de junio de 2014). Uso de Geogebra en la enseñanza de geometría analítica. Obtenido de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2428/ezquerro.garcia.pdf?sequence=1>

[7] GeoGebra, P. O. (s.f.). Obtenido de <https://www.geogebra.org/about>

[8] Gómez, R. G. (05 de 11 de 2017). EL SUR PERIODICO DE GUERRERO. Obtenido de <https://www.google.com.mx/amp/s/suracapulco.mx/2017/11/05/en-los-tres-anos-de-la-prueba-planea-los-estudiantes-de-guerrero-han-sido-de-los-ultimos-en-aprendizaje/amp/>

[9] Greuer, A. (s.f.). Calc 3d. Obtenido de <http://www.calc3d.com/sindex.html>

[10] Hernández, G. d. (s.f.). descargageogebra.com. Obtenido de <https://descargageogebra.com/>

[11] Jaramillo, P. (02 de 08 de 2012). SerendipiTIC. Obtenido de <http://www.google.com.mx/amp/s/ticserendipity.wordpress.com/2012/02/08/tic-y-aprendizaje-significativo/amp/>

[12] Martínez, E. D. (2013). Implicaciones didácticas de Geogebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes del último grado de secundaria . *Apertura*, 58-69.

[13] Maxima, P. O. (s.f.). Obtenido de <http://maxima.sourceforge.net/es/index.html>

[14] MORE, M. F. (s.f.). WIRIS. Obtenido de <http://www.wiris.com/es/cas>

[15] Paz Baeza Bischoffshausen, A. M. (1999). *Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computador: La Esencia Interactiva. Contexto educativo.*

*Acerca de los autores*



**Lic. Renato Avilés Santamaría** es profesor interino desde 2014, en la Escuela Preparatoria Núm. 37 de la Universidad Autónoma de Guerrero. Obtuvo el título de Licenciado en Matemáticas en el área de: Computación, en el año 2012; a participado en la promoción y permanencia en el nivel IV de la Escuela Preparatoria Núm. 37, en el *Padrón de Calidad* del Sistema Nacional de Educación Media Superior; actualmente es subdirector administrativo de la Escuela Preparatoria Núm. 37. Obtuvo la certificación de competencias docentes en el nivel medio superior (CERTIDEMS) por parte de ANUIES, en el Tecnológico de Monterrey campus Cuernavaca, en el año 2016.



**Dr. Arnulfo Catalán Villegas** es profesor e investigador de tiempo completo con perfil PRODEP desde 2010, en la Unidad Académica de Ingeniería, Área de Posgrado de la Universidad Autónoma de Guerrero, Miembro del Cuerpo Académico “Desarrollo Tecnológico Aplicado”

(UAGRO-CA-178). Licenciatura en Ingeniería Civil, Maestría en Ciencias de la Computación y Doctorado en Ciencias de la Educación. Funcionario en varias administraciones en las áreas de tecnologías de la Administración central de la UAGro, participante y responsable en la elaboración de varios proyectos de gestión para las áreas de tecnologías, director y revisor de varios trabajos de tesis de estudiantes de la Unidad Académica de Ingeniería. Actualmente cultiva las líneas de investigación de Inteligencia Artificial y TICs aplicadas a la educación.



**MC. Angelino Feliciano Morales** tiene estudios de LICENCIADO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA Y MAESTRO EN CIENCIAS ÁREA MATEMÁTICA EDUCATIVA, profesor Investigador de Tiempo Completo en la Facultad de Ingeniería dependiente de la Universidad Autónoma de Guerrero, Perfil PROMEP desde 2006. Integrante del Cuerpo Académico Desarrollo Tecnológico Aplicado (UAGRO-CA-178), adscrito a la U.A.G., ha participado eventos nacionales e internacionales como SOMECE, ACADEMIA JOURNALS, FORO DE ESTUDIOS SOBRE GUERRERO, 4° FORO

INTERNACIONAL DE  
MULTICULTURALIDAD, CICOM, 3er  
ENCUENTRO REGIONAL DE  
TUTORIAS DE LA REGIÓN CENTRO  
SUR, III EVENTO INTERNACIONAL  
DE LA MATEMÁTICA , LA FÍSICA Y  
LA INFORMÁTICA EN EL SIGLO  
XXI, CONGRESO  
IBEROAMERICANO DE  
APRENDIZAJE MEDIADO POR  
TECNOLOGÍA, CONGRESO  
INTERDISCIPLINARIO DE  
ENERGÍAS, publicado en revistas  
electrónicas



Dr. Rene Edmundo Cuevas Valencia es profesor investigador de tiempo completo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Guerrero. Obtuvo el grado de doctor en Enseñanza Superior por el Centro de Investigación y Docencia en Humanidades del Estado de Morelos (CIDHEM); Cuenta con un PostDoctorado en Humanidades con Eje de Investigación: Educación y Tecnología por la Universidad del Zulia en Venezuela; con Maestría y Licenciatura en Computación por la Facultad de Ingeniería de la UAGro. Actualmente su

línea de investigación es sobre Aplicaciones e Impacto de las TIC en la Educación. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores.



Dr. Antonio Alarcón Paredes es profesor investigador en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Guerrero, en México. Obtuvo el título de Ingeniero en Sistemas Computacionales, en el año de 2007; en 2009 recibió el grado de Maestro en Ciencias (M. en C.) en Ingeniería de Cómputo por el Centro de Investigación en Computación, México, del Instituto Politécnico Nacional, y su Doctorado en Ciencias de la Computación del mismo Centro en el Instituto Politécnico Nacional, en 2013. Ha realizado diversas estancias de investigación, entre las cuales destaca una estancia en la Universidad Tecnológica de Dinamarca, en Copenhague. Sus principales áreas de interés en la investigación incluyen aprendizaje automático, reconocimiento de patrones, procesamiento y análisis de imágenes, así como cómputo inteligente.