

Programática para Calcular la Emisión Electromagnética de Cherenkov en Cristales Fotónicos con Estructura Aleatoria

Programming to Calculate the Cherenkov Electromagnetic Emission in Photonic Crystals with Random Structure

Erika Martínez Sánchez ^{1*}, Gennadiy Burlak ², Josué Rodríguez Delgado¹

¹Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Coahuila, Blvd. Fundadores Km. 13 Ciudad Universitaria, Saltillo Coahuila, C.P 25354. México

²Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp), Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa. Cuernavaca, Morelos, C.P. 62209. México.

* Correo-e: erika.martinez@uadec.edu.mx

PALABRAS CLAVE:

Campo Electromagnético,
Cristal Fotónico Aleatorio,
Emisión de Cherenkov.

RESUMEN

En éste artículo, estudiamos numéricamente la emisión óptica de Cherenkov, por una carga no relativista que se mueve de manera uniforme sobre la superficie de un cristal fotónico 2-D con perturbaciones aleatorias. Se aplica la técnica FDTD para el estudio de las oscilaciones del campo electromagnético que genera el paso de una partícula a través de la estructura fotónica. Se encuentra una estructura casi-estática de las oscilaciones del campo producidas por la discontinuidad de la permitividad dieléctrica en la superficie de rejilla fotónica periódica. Tales oscilaciones tienen gran amplitud en el cono de grupo de Cherenkov y generan una serie de resonancias espectrales bien definidas correspondientes a los modos propios de la red fotónica. También se investiga la dinámica y las propiedades del campo en el cristal con vacancias aleatorias. En tal situación, la forma del campo muestra estabilidad estructural de la emisión de Cherenkov en el cristal fotónico considerado, incluso a un cierto grado de perturbaciones aleatorias.

KEYWORDS:

Electromagnetic Field,
Random Photonic Crystal,
Cherenkov Emission.

ABSTRACT

In this paper, we study numerically the Cherenkov optical emission by a nonrelativistic charge that uniformly moving on the surface of a 2-D photonic crystal with random perturbations. Is studied of oscillations that generates the passage of a particle through the photonic structure, the FDTD technique is applied. A quasi static structure of the field oscillations produced by the discontinuity of the dielectric permittivity at the periodic photonic grid surface is found. Such oscillations have a large amplitude in the cone of the Cherenkov group and generates a series of well-defined spectral resonances corresponding to the eigenmodes of the lattice photonic. We investigate the dynamic and properties of the field in the crystal with random vacancy. In this case, the field shape shows structural stability of the Cherenkov emission in the photonic crystal under consideration, even to a certain degree of random perturbations.

1 INTRODUCCIÓN

Muchos desarrollos en la tecnología, pueden ser posibles mediante el diseño de materiales que respondan a las ondas de luz en un rango de frecuencias deseado, que se les permita propagarse solo en ciertas direcciones, o confinarla dentro de un volumen específico [1]-[4]. A éstos materiales, se les conoce como Cristales Fotónicos (CF). Un cristal fotónico, es un material cuyas propiedades ópticas permiten controlar y manipular el flujo de la luz. Ellos son un arreglo periódico, compuesto por nanoestructuras dieléctricas o metal-dieléctricas. Los CF se clasifican según su periodicidad, es decir, si son periódicos en una, dos o tres dimensiones, entonces son 1-D, 2-D o 3-D, respectivamente [5], [6]. Entre algunas de las aplicaciones de los CF se encuentran: recubrimientos de baja y alta reflexión sobre lentes y espejos, para los 1-D. Los 2-D están disponibles en la forma de fibras de cristal fotónico, que utilizan una estructura de micro-escala para confinar la luz con características diferentes a la fibra óptica convencional [7]. Los 3-D todavía están lejos de la comercialización, pero pueden llegar a ofrecer la posibilidad de computadoras ópticas, y se espera que sean posibles cuando algunos aspectos tecnológicos como la capacidad de fabricación y las dificultades principales tales como el desorden, se encuentren bajo control.

En éste trabajo, estudiamos la emisión óptica de Cherenkov [8]-[9] por una carga no relativista, que se mueve de manera uniforme a través de una losa de cristal fotónico 2-D con estructura de red desordenada [10], [11]. Este problema es muy complejo para tratar de resolverlo analíticamente en el espacio 3-D. El uso de métodos numéricos se emplea para obtener una visión de la dinámica de las ondas ópticas asociadas con la emisión de Cherenkov en un CF [12-14]. Para nuestro estudio numérico, hemos aplicado el método de las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) 3-D, y las Condiciones de Frontera Absorbentes (ABC) [15-17], técnicas que han sido implementadas en un programa computacional desarrollado en Visual Studio C Sharp (C#). El estudio de la emisión de Cherenkov ha sido realizado en una red (*lattice*) perturbada, cuyos defectos (vacancias) en la estructura se encuentran dispuestos en forma aleatoria. Como resultado de nuestro estudio, hemos encontrado que en el CF se genera una estructura casi-estática de las oscilaciones del campo, producidas por la discontinuidad de la permitividad dieléctrica en la superficie de la red fotónica. Tales oscilaciones tienen gran amplitud en el cono de grupo de Cherenkov [18] y generan un número de resonancias espectrales bien definidas, correspondientes a los eigenmodos de la

mallla fotónica. Incluso en el caso de una red perturbada aleatoriamente, hemos encontrado que a un nivel de perturbación considerable, la forma del campo conserva la estabilidad estructural de la emisión de Cherenkov.

2 ECUACIONES BÁSICAS

Un cristal fotónico está compuesto por nanoestructuras dieléctricas homogéneas, ordenadas en forma periódica, estructurado de forma que su función dieléctrica (ϵ) varíe periódicamente en el espacio. Para nuestro estudio en primera instancia, consideramos una losa de cristal fotónico 2-D, cuyas características principales son: periodicidad en el plano (x, y) , y homogeneidad en z . Se considera un radio y altura de los huecos, $h = 0.5a$ y $r = 0.35a$, respectivamente, con una constante de red $a = 10$ y un tamaño de losa de $120 \times 120 \times 30$. Otras investigaciones con fines del confinamiento de la luz en un CF, han adoptado estructuras más complejas, añadiendo defectos al tipo de red mencionada, por ejemplo removiendo por completo la(s) barra(s) central(es) y/o reduciendo el radio de las barras más cercanas al centro, entre otros [19].

En un cristal fotónico, la propagación de la luz se rige por las Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + q \mathbf{v}_0 f(r, t) \quad (2)$$

donde $\epsilon = \epsilon(r)$ es la permitividad dieléctrica de la estructura de CF [20]. Consideramos una partícula con carga q , que se mueve con velocidad uniforme \mathbf{v}_0 cerca de la superficie (x, y) y paralela a la dirección y : $\mathbf{v}_0 \parallel \hat{e}_y$. La densidad de las partículas es definida por una Gaussiana como sigue

$$f(r, t) = W^{-3} \exp\{-[x^2 + (y - v_0 t)^2 + z^2]/W^2\} \quad (3)$$

donde, W es el ancho del impulso. En las simulaciones numéricas, usamos variables sin dimensión. Para la re-normalización hemos usado: la velocidad de la luz en el vacío $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-0.5}$ y la escala típica espacial para objetos nano-ópticos $l_0 = 500nm$. Los campos eléctrico y magnético son re-normalizados con la escala eléctrica $E_0 = ql_0 \epsilon_0$ y la escala magnética $H_0 = (\epsilon_0 / \mu_0)^{0.5} E_0$, respectivamente.

Un cristal fotónico 2-D es periódico a lo largo de dos de sus ejes y homogéneo en el tercero. El arreglo de la constante dieléctrica en una estructura de cristal fotónico, permite que exista una banda fotónica prohibida en el plano de periodicidad x, y , para un CF con gran rango de periodicidad. Dentro de esta banda, tienen prohibido propagarse los electrones con ciertas energías, y la luz incidente es reflejada; incluso este CF 2-D puede evitar que la luz se propague en cualquier dirección dentro del plano. Como el sistema es homogéneo en la dirección z , entonces los modos EM deben estar oscilando en esa dirección. Consideramos una losa dieléctrica, formada por defectos (cilindros o huecos) con permitividad ϵ_h , incrustados en forma periódica en una losa con permitividad ϵ_s , dicho modelo es típico en un CF 2-D. En tal sistema, se satisface la condición $\epsilon_s \neq \epsilon_h$. ¿Cuál es la relación entre ϵ_s y ϵ_h , para que la energía se propague a lo largo de los defectos? Dado que ϵ_h es constante a lo largo de los cilindros en el eje z , podemos considerar las Ecuaciones de onda que modelan el flujo de la luz en una guía de onda cilíndrica dieléctrica, y sus correspondientes condiciones en la frontera. Las Ecuaciones para el campo EM, dentro (4)-(5) y fuera (6)-(7) de los cilindros (huecos), son las siguientes [21]

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \delta^2 E_z = 0, \quad (4)$$

$$\delta^2 = \frac{\omega^2 \epsilon \mu}{c^2} - \gamma^2, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial E_{za}}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial E_{za}}{\partial \varphi} + \delta_a^2 E_{za} = 0, \quad (6)$$

$$\delta_a^2 = \frac{\omega^2 \epsilon_a \mu_a}{c^2} - \gamma_a^2, \quad (7)$$

Para distinguir el campo fuera de los defectos, indicamos el subíndice a en las Ecuaciones (6)-(7). En el conjunto de Ecuaciones (4)-(7), se satisfacen las condiciones de frontera estándar cuando $\rho = r_0$

$$E_z |_{\rho=r_0} = E_{za} |_{\rho=r_0} \quad (8)$$

$$\frac{\gamma}{\delta^2} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} |_{\rho=r_0} = \frac{\gamma_a}{\delta_a^2} \frac{\partial E_{za}}{\partial \varphi} |_{\rho=r_0} \quad (9)$$

$$\frac{\epsilon}{\delta^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} |_{\rho=r_0} = \frac{\epsilon_a}{\delta_a^2} \frac{\partial E_{za}}{\partial r} |_{\rho=r_0} \quad (10)$$

Para la componente del vector del campo eléctrico, en un medio que rodea a los defectos, se buscan soluciones que disminuyan rápidamente conforme aumenta r . Estas soluciones se describen por las funciones recursivas de Bessel

$$\frac{\epsilon}{\delta^2} \left[n - \frac{\delta r J_{n+1}(\delta r)}{J_n(\delta r)} \right] = -\frac{\epsilon_s}{\beta^2} \left[n - \frac{\beta r K_{n+1}(\beta r)}{K_n(\beta r)} \right] \quad (11)$$

$$\delta^2 = \frac{\omega^2 \epsilon \mu}{c^2} - \gamma^2, \quad \delta \in \mathbb{R} \quad (12)$$

$$\beta^2 = \gamma^2 - \frac{\omega^2 \epsilon_s \mu_s}{c^2}, \quad \beta \in \mathbb{R} \quad (13)$$

De lo anterior, se sigue que $\delta^2 + \beta^2 > 0$, entonces se cumple $\epsilon > \epsilon_s$. Los defectos, sirven como guía de onda cuando se satisface $\epsilon_h > \epsilon_s$, mientras que el campo EM decae fuera de ellos [21].

En nuestras simulaciones numéricas aplicamos el método FDTD. Hemos considerado una fuente Gaussiana (Ec. 3), que se mueve paralela a la superficie del plano (x, y) con velocidad $\mathbf{v}_0 = 1.5 > \mathbf{v}_c$. El primer paso, es validar el algoritmo FDTD en una red con estructura periódica. Los resultados se muestran en la Figura 1. Una vez que la fuente llega a la frontera del cristal, se tiene la siguiente estructura del campo: En la Figura 1 ($\epsilon_h = 1, \epsilon_s = 11$), la cual corresponde al sistema con huecos ordenados en forma periódica, la energía del campo se encuentra en la región dieléctrica. Observamos que el cono de Cherenkov está bien definido, con amplitud de oscilaciones en el cono de grupo, cerca del camino de la partícula, en la parte central del sistema [18].

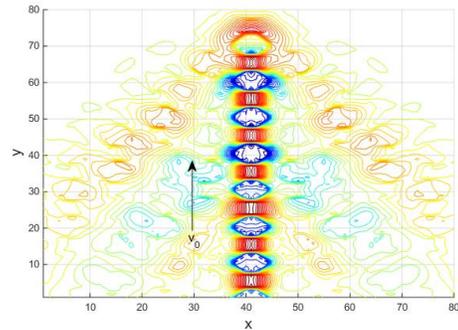


Figura 1. Amplitud del campo $E_x(x, y)$ para una partícula que se mueve con velocidad $\mathbf{v}_0 = 1.5$. Consideramos $\epsilon_h = 1$ y $\epsilon_s = 11$. La flecha indica la

dirección de la partícula a considerar. Claramente observamos el cono característico de la emisión de Cherenkov.

3 CRISTAL FOTÓNICO CON ESTRUCTURA DE RED ALEATORIA

Se ha aplicado la técnica FDTD 3-D [15], para obtener las soluciones a las Ecuaciones para los campos **E** y **H** (Ecs. (1), (2)) en un medio inhomogéneo, donde la permitividad dieléctrica depende de la posición. La secuencia de los cálculos numéricos es la siguiente: (i) definir los parámetros básicos de la estructura ($\epsilon_h, \epsilon_s, N_{x,y,z}, r, h$) y las características de la fuente (\mathbf{v}_0, W) para que, mediante el algoritmo computacional se definan las propiedades del medio y diseñe su topología, (ii) calcular la amplitud de los campos **E** y **H**.

En el caso de un cristal con periodicidad de rango grande, se pueden usar las condiciones de frontera periódicas, permitiendo la descomposición de las ondas electromagnéticas en forma de ondas de Bloch, que finalmente conducen al espectro de frecuencias con estructura de banda permitida [10]. Para tal caso, el estudio de la emisión de Cherenkov puede ser realizado por técnicas estándar. Sin embargo, si un cristal fotónico no es muy grande, tal que el gran rango de simetría se rompe, ya no pueden ser aplicadas las condiciones de frontera periódicas. Esto conduce a que las ondas EM no sean ondas de Bloch exactas, porque la velocidad de grupo ya no está dada por la dispersión de la frecuencia del vector de onda de Bloch. Además, en un CF cuya profundidad de huecos toma valores de cero y uno, en forma aleatoria, el modelo de Bloch deja de ser válido, incluso en un corto rango de periodicidad. Entonces surge una pregunta interesante acerca de la estabilidad estructural de los modos ópticos en dicha red irregular.

En nuestro estudio, abordamos sistemas de CF altamente dispersivos, donde la intensidad del campo alcanza su punto máximo en la superficie del cono de grupo, (ver [18] y sus referencias) y no es ortogonal a la fase, ni a la velocidad de grupo de la luz emitida, además este cono es mucho más estrecho que el cono de onda de Cherenkov.

Una interpretación física sencilla del cono de grupo, puede ser formulada en términos de velocidad de grupo, tomando en cuenta que para cada dirección alrededor de la velocidad de carga, el estallido de la luz de Cherenkov es emitido dentro de un conjunto de

modos, mientras que el pico de los impulsos se mueve en el espacio con una velocidad igual a la de velocidad de grupo \mathbf{v}_g experimentando una absorción casi insignificante [18].

En situaciones reales, la profundidad de los huecos puede tener una desviación aleatoria. Esta desviación, conduce a variaciones espaciales de la permitividad dieléctrica promedio que adquiere la estructura perturbada. A continuación, consideramos un sistema fotónico aleatorio, donde los nodos de la red de referencia pueden tener vacancias, que es equivalente a tener profundidad cero en algunos de los huecos. Representamos un sistema aleatorio, por el número de vacancias N_v con un parámetro de control $p = N_v/N_0$, donde N_0 es el número total de huecos. Notemos, que en un CF periódico $N_v = 0$ y $p = 0$ (ver Fig. 2(a)). En la Figura 2 (b)-(d), se muestran sistemas para diferente configuración aleatoria: (b) $p = 0.2$, (c) $p = 0.5$, (d) $p = 0.62$.

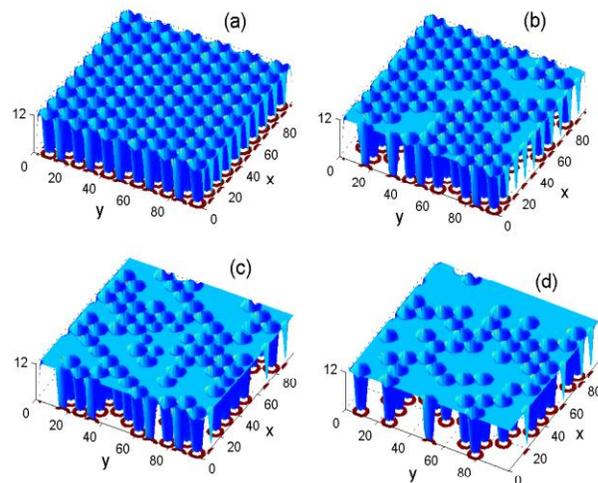


Figura 2. Estructura de cristal fotónico para: (a) sistema de red regular, $p = 0$ y (b)-(d) red regular con grado de aleatoriedad p . (b) $p = 0.2$, (c) $p = 0.5$, (d) $p = 0.62$.

Para simular las vacancias aleatorias, caracterizamos la estructura fotónica por el factor aleatorio m_γ , tal que $m_\gamma = 0$ ($\gamma < p$), y $m_\gamma = 1$ ($\gamma \geq p$), donde γ es un número aleatorio distribuido uniformemente en $[0,1)$ y p es el parámetro de control que caracteriza el nivel de aleatoriedades en la red. Para una red regular con $p = 0$, se tiene $m_\gamma = 1$ (ver Fig. 2(a)). Definimos la actual profundidad $h_{i,j}$ de los huecos de la red en el nodo (i,j) , como $h_{i,j} = m_\gamma h$ (para un valor fijo p), donde h es una referencia a la profundidad de los huecos. Esto nos permite simular el CF perturbado para el caso cuando los huecos son vacancias. En la Figura

2(b)-(d), se muestran ejemplos de red aleatoria donde $p=0.2, 0.5$ y 0.6 , respectivamente, siendo p es el grado de aleatoriedad o defectos en la estructura.

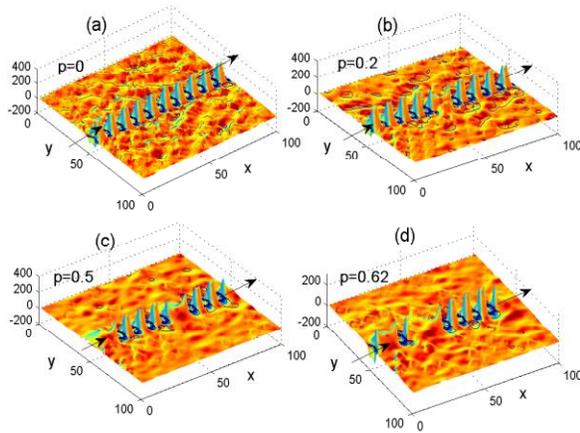


Figura 3. Amplitud del campo $E_x(x, y)$ para una partícula que se mueve con velocidad $v_0 = 1.5$ y diferentes grados de aleatoriedad. (a) $p=0$, (b) $p=0.2$, (c) $p=0.5$, (d) $p=0.62$.

La Figura 3, muestra las fotografías del campo $E_x(x, y)$ radiado para una partícula que se mueve a una velocidad supercrítica $v_0 = 1.5$ y diferentes estructuras aleatorias de cristal fotónico: (a) caso periódico, (b) $p = 0.2$, (c) $p = 0.5$ y (d) $p = 0.62$. En ésta Figura se observa que las oscilaciones del campo dentro del cono de Cherenkov tienen amplitudes muy similares entre sí, además el cono es mucho más estrecho que el cono de onda Cherenkov. Lo anterior, se debe a que en nuestro estudio abordamos sistemas de CF altamente dispersivos, donde la intensidad del campo alcanza su punto máximo en la superficie del cono de grupo y no es ortogonal a la fase, ni a la velocidad de grupo emitida.

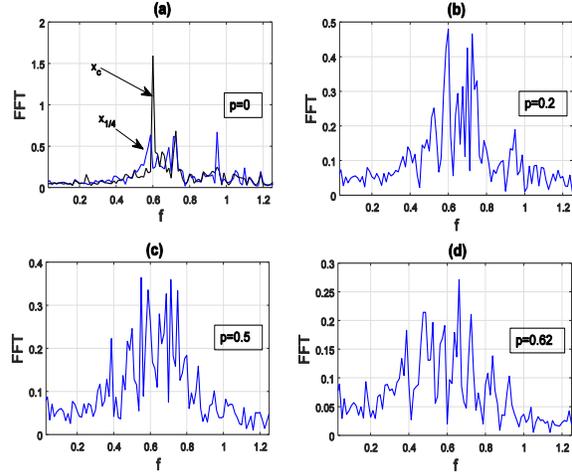


Figura 4. Espectro de las más altas resonancias de las oscilaciones del campo E_z en el cono de grupo en $x_{1/4}$, a $x = L/4$, y aleatoriedad para varios valores de p : (a) $p = 0$, (b) $p = 0.2$, (c) $p = 0.5$; (d) $p = 0.62$.

Es de interés caracterizar las oscilaciones del campo EM en un sistema perturbado, para ello, aplicamos el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT). En la Figura 4, se muestra el espectro de las oscilaciones correspondientes a los sistemas aleatorios de la Figura 3 para la componente del campo E_z , a lo largo del camino de la carga en $x_{1/4}$ con $x = L/4$. De la Figura 4(a), correspondiente a un sistema con periodicidad regular, las oscilaciones son periódicas, y oscilan a la misma frecuencia; en este caso, observamos que la resonancia se encuentra en $f \sim 0.6$. Los picos que observamos en esta imagen, están asociados con los varios modos que se propagan en el CF. Podemos ver que la frecuencia dominante es $f_0 = 0.6$. El valor de tal resonancia puede ser evaluado usando una simple relación de dimensión $f = c/\lambda\sqrt{\epsilon_p}$, donde ϵ_p es la permitividad dieléctrica ponderada del CF, $\epsilon_p = (\epsilon_s(v_s - v_c) - \epsilon_h v_c)/(v_s + v_h)$, v_s es el volumen de la losa reducida por el volumen de los huecos v_c . En nuestro caso sin dimensiones, $v_c = 338\pi r^2 h = 65$, $v_s = 12 \times 12 \times 3 = 432$, $\lambda = 1$, $c = 1.732$, $h = 0.5$, $\epsilon_h = 1$, con lo cual se obtiene $f_0 = 0.58$, misma que corresponde a las resonancias en el rango de $f_0 \sim 0.6$ mostradas en la Figura 4.

Este indicador de frecuencia, se divide en picos más estrechos conforme se incrementa el parámetro p (Figura 4(b)-(d)). Sin embargo, a pesar del incremento de los defectos aleatorios, la zona de resonancia se mantiene cerca de $f \sim 0.6$. Esto indica estabilidad estructural de los modos del campo asociados con la emisión de Cherenkov.

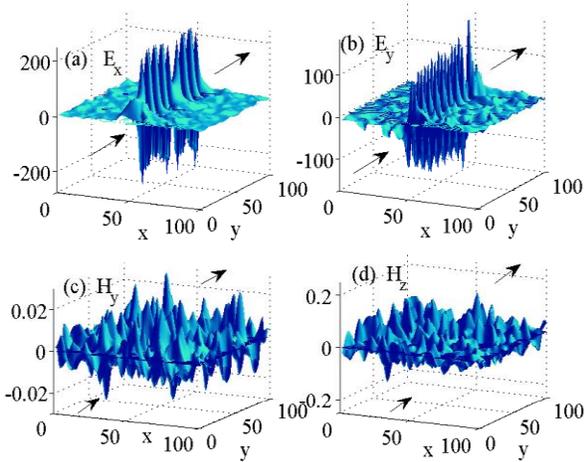


Figura 5. Forma espacial (x, y) de las componentes del campo: (a) $E_x(x, y)$, (b) $E_y(x, y)$, (c) $H_y(x, y)$, (d) $H_z(x, y)$ para un CF aleatorio con $p = 0.5$.

Continuamos nuestro estudio, con un análisis más detallado enfocado en la muestra de CF aleatorio con parámetros $\epsilon_h = 1$, $\epsilon_s = 11$ y $p = 0.5$. En la Figura 5, vemos la estructura espacial del campo EM después de un tiempo grande de simulación para $t \cong L/v_0$. Las amplitudes del campo magnético en la Figura 5(c)-(d) permanecen pequeñas y tienen estructura aleatoria. Observamos una gran similitud del campo radiado por la partícula cargada en un CF periódico y perturbado aleatoriamente, incluso para un nivel de perturbación $p = 0.5$. Esto muestra la estabilidad estructural de la distribución del campo de longitud E_x en el CF, debido a la discontinuidad del campo en la frontera de los huecos.

Es provechoso estudiar las dependencias temporales de las amplitudes de los campos en el camino de la partícula para un sistema aleatorio. En la Figura 6, podemos ver el pico espectral para las componentes E_x, E_y, H_y y H_z en el punto $x = 0$, cerca de $f \sim 0.6$, en un CF aleatorio con $p = 0.5$.

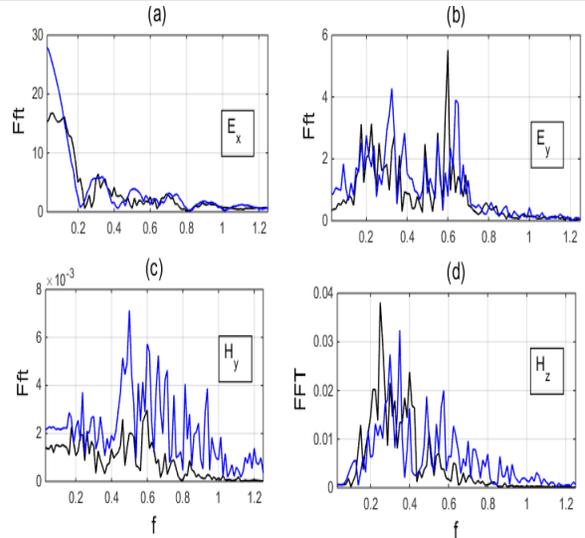


Figura 6. Espectro de frecuencias (FFT) de las oscilaciones electromagnéticas para varios puntos a lo largo del camino de la partícula. Tales oscilaciones corresponden a los eigenmodos ópticos del CF excitados por el movimiento de la partícula cargada para un cristal fotónico aleatorio con $p = 0.5$. (a) $E_x(f)$, (b) $E_y(f)$, (c) $H_y(f)$, (d) $H_z(f)$.

4 CONCLUSIÓN

Estudiamos la emisión óptica de Cherenkov por una carga no relativista, que se mueve uniformemente paralela a la superficie de un cristal fotónico 2-D. Hemos encontrado que debido al contraste de la permitividad dieléctrica en la superficie de la red fotónica, se genera una estructura casi-estática de las oscilaciones del campo. Tales oscilaciones tienen gran amplitud en el cono de grupo de Cherenkov y producen un número de resonancias espectrales bien definidas, correspondientes a los eigenmodos en el cristal fotónico. La dinámica y las propiedades del campo de una red fotónica perturbada aleatoriamente, indican que incluso en un medio con cierto nivel de aleatoriedades, la forma del campo mantiene estabilidad estructural de la emisión de Cherenkov en el cristal fotónico. Debido a la estabilidad estructural, tal efecto puede encontrar aplicaciones en la nanotecnología moderna, en cuanto a que en un cristal fotónico es posible crear patrones de radiación característico sin un umbral de velocidad de las partículas.

REFERENCIAS

1. Se-Heon, K., Sun-Kyung, K., and Yong-Hee, L. Vertical beaming of wavelength-scale photonic crystal resonators. *Physical Review*, 2006, 73.
2. Painter, O., Lee, R. K., Scherer, A., Yariv A., O'Brien, J. D., Dapkus, P. D., Kim, I. Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser. *Science*, 1999, 284.
3. Painter, O., and Srinivasan, K., Polarization properties of dipolelike defect modes in photonic crystal nanocavities. *Optics Letters*, 2001, 27, 339-341.
4. Johnson, S. G., Fan, Sh., Villeneuve, P. R., Joannopoulos, J. D., and Kolodziejski, L. A. Guided modes in photonic crystal slabs. *Phys. Rev.* 1999, 60.
5. Sakoda, K. *Optical Properties of Photonic Crystals*. Edition Springer Berlin Heidelberg New York, Third, 2005.
6. Joannopoulos, J.D, Meade, R. D., and Winn, J. N. *Photonic crystal: modeling the flow of light*. Princenton University Press., Princeton, NJ, 1995.
7. Russell, P. St. J., Atkin, D. M., Birks, T.A. and Roberts, P. J. Bound Modes of Two-Dimensional Photonic Crystal Waveguides. *Microcavities and Photonic Bandgaps: Physics and Applications*. 1996. 1-10.
8. Cherenkov, P. A. Visible emission of clean liquids by action of γ radiation, *Dokl. Akad. Nauk*, 2, 1934.
9. Afanasiev, G. N., *Cherenkov Radiation in a Dispersive Medium, Vavilov-Cherenkov and Synchrotron Radiation, Fundamental Theories of Physics*. Kluwer Academic Publishers, 2004.
10. Joannopoulos, J.D, Meade R. D., and Winn J. N, *Photonic crystal: modeling the flow of light*. Princenton University Press., Princeton, NJ, 1995.
11. Sakoda, K., *Optical Properties of Photonic Crystals*. Edition Springer Berlin Heidelberg New York, Third, 2005.
12. Garcia de Abajo, F. J., Pattantyus, A. G., Zabala, N., Rivacoba, A., Wolf, M. O., and Echenique, P. M. Cherenkov Effect as a Probe of Photonic Nanostructure. *Phys. Rev. Lett.* 2003, 91.
13. Xiang-Wei, Sh., Jin-Hui, Y., Xin-Zhu, S., Chong-Xiu, Y., Lan, R., Min, X., Ying, H., Chang-Ming, X. and Lan-Tian, H. Highly efficient Cherenkov radiation generation in the irregular point of hollow-core photonic crystal fiber. *Chinese Physics B*. 2012, 21.
14. Kremers, Ch., Dmitry, N., Chigrin and Kroha, J. Theory of Cherenkov Radiation in Periodic Dielectric Media: Emission Spectrum. *Physical Review A*. 2009, 79.
15. Taflove, A., and Hagness, S. C. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, Boston, Second, 2000.
16. Se Heon, K. Wavelength Scale Photonic Crystal Cavities Toward High Efficiency Unidirectional Photon Sources. Department of Physics. *Korea Advances Institute of Science and Technology*. 2006.
17. Martínez, E. Tesis: Aplicación de las Condiciones de Frontera Absorbentes para Problemas de Propagación de Ondas Electromagnéticas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, 2013.
18. Carusotto, I., Artoni M., La Rocca, G. C. and Bassani F., Slow Group Velocity and Cherenkov Radiation, *Physical Review Letters*. 2001, 87.
19. Painter O. and Srinivasan K. Polarization properties of dipolelike defect modes in photonic crystal nanocavities. *Optics Letters*. 2001, 27(5).
20. Jackson, J. D. *Classical Electrodynamics*. J. Willey Son Ink. New York London Sidney, Third, 1962.
21. Koshlyakov, N. S., Smirnov, M. M. , Gliner E. B. *Differential Equations of Mathematical Physics*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964.

Acerca de los autores



La Dra. Erika Martínez Sánchez estudió la licenciatura en Matemáticas Aplicadas en la Universidad Autónoma de Coahuila (UAdeC) en 2010. Realizó sus estudios de maestría y doctorado en la Universidad Autónoma del Estado de Morelos en el Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Actualmente es Profesor-Investigador Titular C en la Facultad de Ingeniería de la UAdeC. Recientemente obtuvo la candidatura al SNI por el Conacyt. Cuenta con la participación en congresos internacionales, es autor y coautor de artículos arbitrados y capítulos de libros.



El Dr. Gennadiy Burlak estudió la licenciatura y maestría en la Universidad Nacional de Kiev (KNU) en 1975. Obtuvo el Doctorado en Ciencias Físico-Matemáticas por la KNU en 1988. Desde 1998 es Profesor-Investigador Titular C definitivo del Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAP-UAEM). Actualmente cuenta con la distinción del nivel III del SIN, por parte del Conacyt. Es autor y coautor de cuatro libros y más de 150 artículos en revistas arbitradas. Ha participado en 118 ponencias en congresos nacionales e internacionales.



El Ingeniero Josué Rodríguez Delgado realizó sus estudios en el Instituto Tecnológico de Saltillo como Ingeniero en sistemas computacionales con especialidad en ingeniería de software. Realizó sus estudios de maestría en informática con especialidad en tecnologías de la información en la Facultad de Sistemas de la Universidad Autónoma de Coahuila. Ha participado en diversos proyectos del procesamiento de la información por medios digitales, programación estructurada y codificada y operación de sistemas de cómputo. Actualmente es director de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Coahuila.