

# Planeación de Trayectorias de un Robot Móvil Basado en Redes Bayesianas

## Path Planning of a Mobile Robot Based on Bayesian Networks

Carlos Ceballos-Castillo<sup>1</sup>, Hiram Netzahualcóyotl García-Lozano<sup>2</sup>, Eduardo Sanchez-Soto<sup>3</sup> 

<sup>1,2,3</sup>Universidad del Papaloapan, Campus Loma Bonita  
Av. Ferrocarril s/n, San Antonio, 68400 Loma Bonita, Oaxaca

<sup>1</sup>car\_los2136@hotmail.com, <sup>2</sup>hnetgarcia@unpa.edu.mx, <sup>3</sup>esanchez@unpa.edu.mx

### PALABRAS CLAVE:

Robótica móvil, Navegación,  
Planeación de Rutas, Evasión de  
Obstáculos

### RESUMEN

Este trabajo describe los resultados de la implementación de un modelo de Redes Bayesianas como parte del sistema de navegación en un robot móvil, el cual tiene como misión llegar a un objetivo predeterminado conociendo su posición inicial pero no su entorno. Se genera un modelo para la evasión, el cual considera la implementación de 3 sensores frontales en el robot, para la medición de las distancias a los obstáculos y se hace la comparación al considerar en el modelo el error generado en la posición del robot con respecto a la trayectoria original, logrando así, corregir su orientación para llegar al objetivo por medio del proceso de inferencia en la red de forma secuencial.

### KEYWORDS:

Mobile Robotics, Navigation, Path  
Planning, Obstacle Avoidance.

### ABSTRACT

This paper describes the results of the implementation of a Bayesian Networks model as part of the navigation system in a mobile robot, whose mission is to reach a predetermined objective knowing its initial position but not its environment. A model for the evasion is generated, which considers the implementation of 3 frontal sensors in the robot, for the measurement of the distances to the obstacles and the comparison is made when considering in the model the error generated in the position of the robot with respect to the original trajectory, thus achieving, correcting its orientation to reach the goal through the process of inference in the network sequentially.

Recibido: 30 de julio de 2017 • Aceptado: 2 de marzo de 2018 • Publicado en línea: 12 de noviembre de 2018

## 1. INTRODUCCIÓN

En un robot móvil, el sistema de navegación busca llevar al robot de una posición inicial, a una posición final evitando colisiones. En los últimos años se han generado una serie de trabajos, entre los que destacan los enfoques basados en el filtro extendido de Kalman [1], los mapas de ocupación de celdillas [2][3], o la solución factorizada del filtro de Bayes [4] como los principales algoritmos para localización y mapeado simultáneos. Otras herramientas, como las redes neuronales [5] y la lógica difusa [6] se han utilizado en la planeación de trayectorias, así como diversos sistemas de adquisición de la información del entorno, como el uso de cámaras de video, sonares, laser, entre otros [7][8].

Dentro de los algoritmos de planeación de trayectorias en espacios discretos, se encuentran los grafos de visibilidad [9], los cuales se basan en un enfoque geométrico construyendo el camino a partir de la visibilidad que se tiene al posicionarse en cada vértice de los obstáculos, generando un árbol binario, para obtener la mejor ruta al objetivo. Uno de los inconvenientes que presenta es que las trayectorias pueden llegar a pasar muy cerca de los obstáculos, por lo que se han propuesto variantes que consideran que los obstáculos tienen un tamaño mayor al registrado.

El uso de Diagramas de Voronoi [10], mediante los cuales se generan rutas equidistantes al contorno de los obstáculos, considerando líneas rectas y arcos dependiendo de las características que presenta el obstáculo. Esta técnica tiene como objetivo mantener a cierta distancia al robot de los obstáculos para asegurar que llegue a su destino.

Una técnica probabilística usada en la determinación de trayectorias es el árbol aleatorio de exploración rápida [11] o RRT (Rapidly Exploring Random Tree), el cual genera nodos en los lugares del mapa que no presentan obstáculos y va generando ramificaciones por todo el entorno hasta que se encuentra con el punto objetivo. Esta técnica requiere del uso de otros algoritmos para la determinación del camino más corto, como el Algoritmo de Dijkstra o el A\* y de técnicas de reconocimiento de imágenes para la identificación de los obstáculos en el mapa del robot.

Uno de los algoritmos de planeación de trayectorias

en espacios continuos es el de Campos potenciales [12] el cual toma como analogía los campos potenciales eléctricos, considerando que el robot y los obstáculos presentan la misma carga y que la meta tiene carga opuesta, así la trayectoria que se va generando es el resultado de las fuerzas que actúan sobre el robot.

En general, las técnicas de planeación de trayectorias mencionadas hacen uso del conocimiento de un mapa por medio de imágenes tomadas por cámaras de video, con lo cual se hace el reconocimiento de los obstáculos y una vez conocidos los espacios libres se determina el camino a seguir.

Este trabajo se enfocó en la consigna de posicionar a un robot móvil en un entorno desconocido el cual tiene como objetivo desplazarse a través objetos estáticos o dinámicos haciendo la evasión de los mismos y logrando llegar a un objetivo predeterminado, haciendo uso de sensores de medición de distancia y odométricos para alimentar a una Red Bayesiana, la cual se encarga de tomar la decisión sobre la dirección a tomar por el robot móvil.

Se generó un modelo que considera las medidas en los sensores para alimentar a la Red Bayesiana y se toma en cuenta el error generado en la posición del robot con respecto a la trayectoria de referencia, como evidencias en el proceso de inferencia de la red para determinar la máxima probabilidad en el vector de dirección del robot, el cual será el encargado de dirigir al robot de manera reactiva a través del entorno logrando llegar a su objetivo evadiendo los obstáculos en su camino.

## 2. REDES BAYESIANAS

Las Redes Bayesianas son grafos dirigidos acíclicos que tienen sus bases en la teoría de la probabilidad y la teoría de grafos [13]. Estas tienen la capacidad de representar variables discretas o continuas de tipo cualitativas y/o cuantitativas, definiendo una distribución de probabilidad conjunta en un conjunto finito de variables aleatorias, donde los nodos representan una variable aleatoria y los arcos la influencia entre las variables.

Formalmente una red bayesiana es el par  $(G, DPC)$  donde  $G$  es un grafo dirigido acíclico y  $DPC$  es una distribución de probabilidad conjunta. Un nodo  $X_j$  se denomina Padre  $X_i$  (también se dice que  $X_i$  es Hijo de

$X_j$ ), si en el grafo  $X_j$  apunta directamente a  $X_i$ (Figura 1). Puesto que a cada nodo  $X_i$  de la Red Bayesiana se le asocia una Distribución de Probabilidad Condicional entre este y sus Padres ( $Pa(X_i)$ ), se dice que cada nodo es condicionalmente independiente de sus no-descendientes, la cual induce una factorización en la función de distribución conjunta, expresada como:

$$P\left(\prod_{i=1}^n X_i = x_i\right) = P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | Pa(X_i))$$

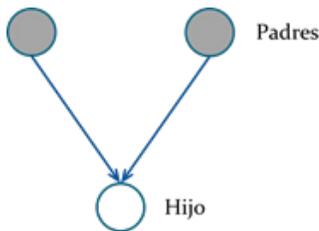


Figura 1 Red Bayesiana con padres y un hijo

### 2.1. INFERENCIA

Una parte primordial del razonamiento con Redes Bayesianas es la Inferencia [14], la cual implica una vez conocida la estructura del grafo, el cálculo de la distribución de probabilidad marginal.

Tener evidencias, es decir, conocer el estado de algunos nodos, implica la modificación directa de los estados en los demás nodos. Así el problema a resolver se define como

$$P(X_I | X_O = e) = \frac{P(X_I, X_O = e)}{P(X_O = e)} \propto P(X_I, X_O = e)$$

donde:

$X_I \in X$ , son las variables de interes,  
 $X_O \in X$ , son las variables observadas o evidencias conocidas,

La inferencia consiste en propagar los efectos de las observaciones por toda la red para conocer la probabilidad a posteriori de las variables.

Entre los algoritmos de propagación están los de solución aproximada y los de solución exacta, como el de agrupamiento o árboles de conglomerados (Junction Tree), el cual consiste en la transformación de la red original en un árbol, por medio de la agrupación de nodos haciendo uso de la teoría de grafos.

### Algoritmo del árbol de conglomerados

(1) Moralización. Se casa a los padres con hijos en común y se hace no dirigido el grafo.

$$G = (N_G, A_G \cup A_{G \rightarrow G} \cup A_{G \rightarrow G}^-);$$

$$A_{G \rightarrow G} = \{(X_i, X_j) \in N^2: \exists X_k \in N \exists: (X_i, X_k) \in A_G^+ \& (X_j, X_k) \in A_G^+\},$$

$$A_{G \rightarrow G}^- = \{(X_j, X_k) \in N^2: (X_j, X_k) \notin A_G^+ \text{ pero } (X_k, X_j) \in A_G^+\}.$$

(2) Triangulación. Se realiza la enumeración y se triangula.

$$G \rightarrow G^\Delta, \quad n \geq 4.$$

(3) Construcción del árbol de unión. Se forman los cliques y los separadores formando un arbol.

$$G \rightarrow C(G), \quad \text{donde } C(G) \text{ son los cliques del grafo.}$$

(4) Asignación de los potenciales a los cliques del árbol de unión e inicializar los potenciales de los separadores

$$P(\mathbf{X}) = \frac{\prod_C \varphi_C(X_C)}{\prod_S \varphi_S(X_S)}$$

(5) propagación de las probabilidades

$$\varphi_S^* = \sum_{C_j \setminus S} \varphi_{C_j}, \quad \text{Actualizar el potencial del Separador}$$

$$\varphi_{C_i}^* = \varphi_{C_i} \frac{\varphi_S^*}{\varphi_S}, \quad \text{Actualizar el potencial del Clique } C_i$$

$$\varphi_S = \varphi_S^*, \quad \text{Asociar el potencial actualizado con el Separador.}$$

## 3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

### 3.1. Modelo

En la determinación del modelo de evasión de obstáculos se considera que la dirección tomada por el robot tendrá influencia sobre las medidas de los sensores, es decir la Dirección es Padre de los Sensores (Figura 2).

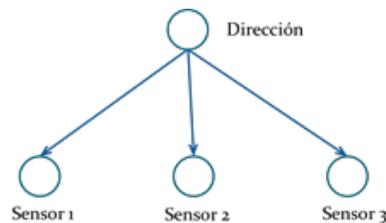


Figura 2 Modelo de Evasión de Obstáculos

Puesto que el proceso de movimiento del robot es temporal, se hace uso de una Red Bayesiana Dinámica, en la cual se considera que la última dirección tomada tiene influencia sobre la dirección que se tomará para la evasión de los obstáculos (Figura 3).

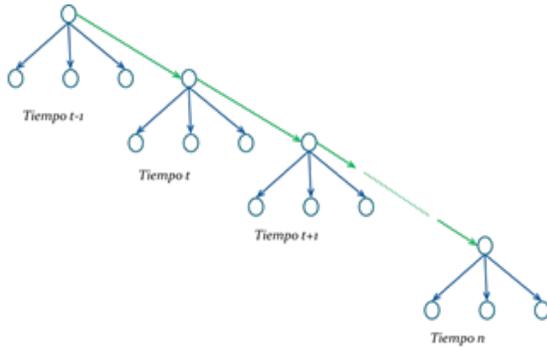


Figura 3 Red Bayesiana Dinámica del Modelo de evasión

El modelo definido para la evasión de los obstáculos considera que la dirección que tomará el robot móvil dependerá de la última dirección elegida y de la medida en los sensores. La Figura 4 muestra el modelo de evasión de obstáculos y sus distribuciones marginales (en el caso de la Dirección<sub>t</sub>) y las distribuciones de probabilidad condicional consideradas (para los hijos Dirección<sub>t+1</sub>, Sensor<sub>1,t+1</sub>, Sensor<sub>2,t+1</sub> y Sensor<sub>3,t+1</sub>).

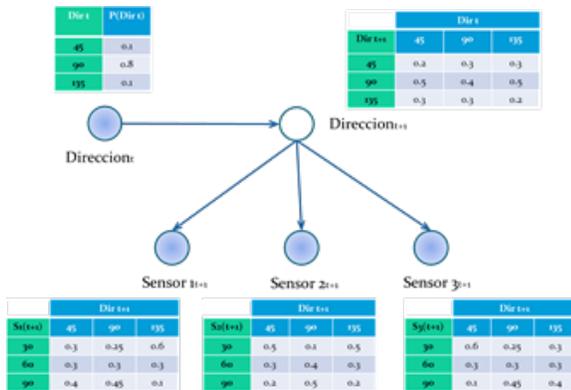


Figura 4 Tablas de probabilidades condicionales del modelo de evasión

Al hacer uso del proceso de Inferencia en Redes Bayesianas, se toma como evidencia las medidas de los sensores y la última dirección tomada para determinar con la distribución resultante el valor de máxima probabilidad como criterio de decisión para la dirección que debe tomar el robot. La Figura 5, muestra que la

barra más alta en la distribución es la que determina el ángulo que toma el robot como próxima dirección). Es decir,

$$Dir_{t+1} = \max_{x_i} P(X_i = x_i) = \max_{x_i} \sum_{x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n} P(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

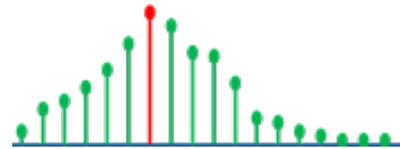


Figura 5 Máxima probabilidad como elección de la dirección

Una vez determinado el modelo de evasión, se consideró el uso del nodo Error Y como factor determinante para el ajuste de la trayectoria tomada por el robot. De esta manera el robot retomará el camino originalmente trazado para llegar a su objetivo. Esta variable considera 5 estados dependiendo el grado de alejamiento de la trayectoria principal. La Figura 6 muestra el modelo de evasión y control del robot con las tablas de distribución de probabilidad para cada nodo.

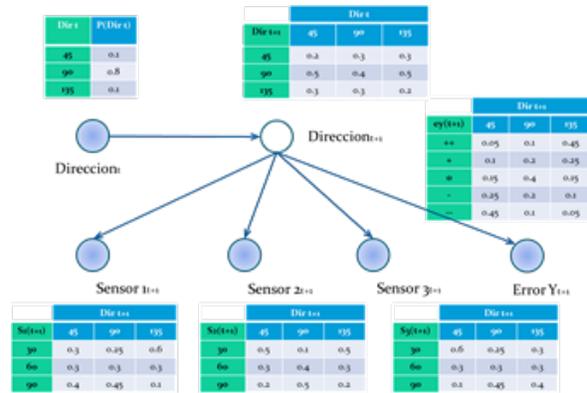


Figura 6 Modelo de evasión y control

### 3.2. Error

Se considera al Error como la diferencia entre la posición actual del robot y la posición marcada por la trayectoria inicial tomando como referencia al eje Y (Figura 7).

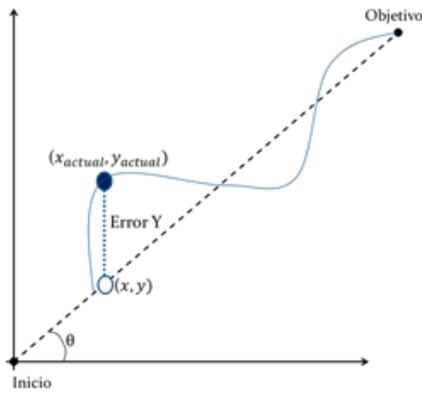


Figura 7 Consideración del Error en la trayectoria

La trayectoria inicial se calcula tomando la posición inicial y la posición final (objetivo) del robot

$$y = mx = \left( \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i} \right) x.$$

Donde el ángulo inicial de la trayectoria está señalado por

$$\theta_i = \tan^{-1} \left( \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i} \right),$$

y el error está marcado como

$$Error_Y = y - y_{actual} = y - [y_{anterior} + D(\text{Sen}\theta)]$$

$$\theta = \theta_{anterior} + \alpha,$$

en donde:

$D$  = avance del robot,

$\alpha$  = ángulo de giro del robot.

### 3.3. Resultados

El modelo de evasión responde satisfactoriamente evitando los obstáculos que se le presentan (Figura 8), pero seguirá evadiendo los obstáculos sin corregir su trayectoria por lo cual no logrará alcanzar el objetivo.

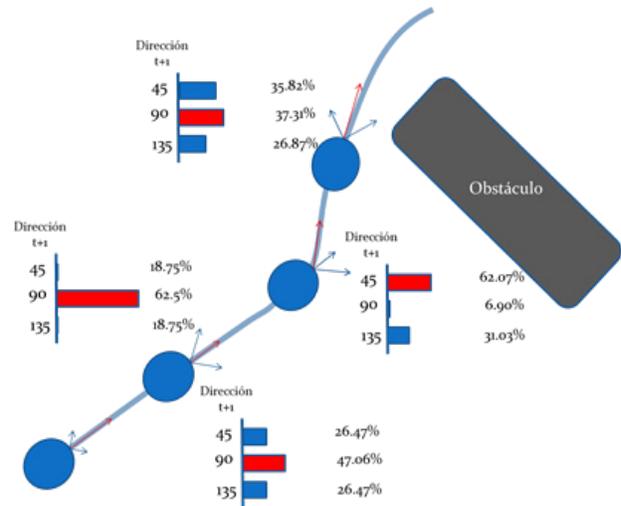


Figura 8 Evasión de obstáculos

La consideración del Error en el modelo (Figura 9), asegura que el robot evada los obstáculos que se le presenten y busque reajustar su trayectoria para lograr alcanzar el objetivo tomando como referencia el camino primeramente señalado.

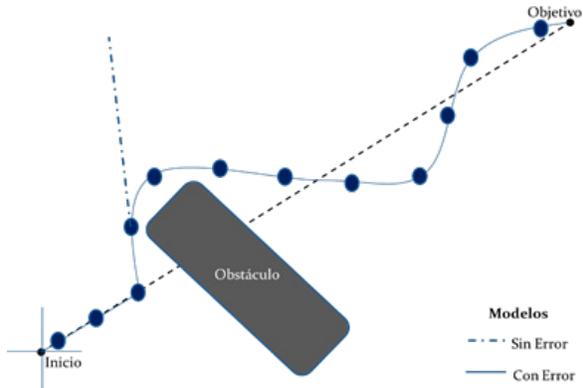


Figura 9 Comparación de modelos

## 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone una metodología para la solución del problema de navegación de un robot móvil en un ambiente totalmente desconocido, en el cual únicamente se tiene información de su posición inicial y su posición objetivo. Esta metodología utiliza modelos gráficos probabilistas, como las Redes Bayesianas, para generar trayectorias que eviten los obstáculos que se presentan en su recorrido, ajustando su dirección de acuerdo a las medidas de los sensores, de la última

dirección tomada y el error generado respecto a la trayectoria deseada.

### 5. TRABAJO FUTURO

Se consideró en este modelo el uso de 3 sensores frontales, teniendo cada uno de ellos 3 estados discretos de las medidas tomadas, así como 3 estados para la consideración de la dirección del vehículo y 5 estados en la consideración del error. Se buscará para próximos trabajos la consideración de funciones de distribución continuas para representar el ángulo de dirección del robot, logrando con esto hacer más fluidos los movimientos de avance. De la misma manera, se tiene la ventaja de que el incremento de sensores no afectaría tanto los tiempos de procesamiento de la información, pudiendo con esto generar distintas distribuciones de los sensores o combinación de ellos para la fusión de los datos. Otra consideración que se tiene en mente es la de lograr que el robot trace nuevas trayectorias hacia el objetivo al ir realizando su recorrido, logrando con esto optimizar la ruta a seguir y la implementación del algoritmo en procesamiento paralelo aprovechando las propiedades de las Redes Bayesianas, reduciendo así los tiempos de respuesta.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo brindado a la División de Estudios de Postgrado de la Universidad del Papaloapan (UNPA) y al Consejo Nacional de Ciencia y tecnología (CONACYT) por el apoyo brindado para la conclusión de este proyecto.

## REFERENCIAS

1. Smith, R., Self, M. and Cheeseman, P. Estimating Uncertain Spatial Relationships in Robotics. 1990, Menlo Park, California.
2. Moravec, H. and Elfes, A. High Resolution Maps from Wide Angle Sonar. 1985, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.
3. Elfes, A. Sonar-Based Real-World Mapping and Navigation. 1987, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.
4. Montemerlo, M. FastSLAM: A Factored Solution to the Simultaneous Localization and Mapping Problem With Unknown Data Association. 2003, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.
5. Thrun, S., Bücken, A., Burgard, W., Fox, D., Frohlinghaus, T., Hennig, D., Hofmann, T., Krell, M. and Schmidt, T. Map Learning and High Speed Navigation in RHINO. 1998, Carnegie Mellon University, Pittsburgh.
6. Martinez, A., Tunstel, E. and Jamshidi, M. Fuzzy Logic Based Collision Avoidance For a Mobile robot. 1994, University of New Mexico, Albuquerque.
7. Nourbakhsh I., Powers R. and Birchfield S. Dervish: An office-navigating robot. *AI Magazine*, page 53-60, Summer 1995.
8. Hwang Lim, J. Mobile Robot Relocation from Echolocation Constraints. 2000, Cheju National University, Cheju, Korea.
9. Hart, P.E., Nilsson, N.J., & Raphael, B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. 1968, *IEEE transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4(2), 100-107.
10. Meng, A. C. Dynamic motion replanning for unexpected obstacles. In *Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on* (pp. 1848-1849). IEEE.
11. Palmieri, L., & Arras, K. O. A novel RRT extend function for efficient and smooth mobile robot motion planning. 2014, In *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), IEEE/RSJ International Conference on* (pp. 205-211). IEEE.
12. Chen, W., Wu, X., & Lu, Y. An improved path planning method based on artificial potential field for a mobile robot. 2015, *Cybernetics and Information Technologies*, 15(2), 181-191.
13. Pearl, J. *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*. 1988, Morgan Kaufmann, San Diego.
14. Murphy, K. P. *Dynamic Bayesian Networks: Representation, Inference and Learning*. 2002, Ph. D. thesis, University of California, Berkeley.

SEMBLANZA



Carlos Ceballos Castillo

Es Ingeniero en Electromecánica con especialidad en Automatización por el Instituto Tecnológico de Tuxtepec en 2003. Actualmente es candidato al grado de Maestro en optimización y Control de sistemas por la Universidad del Papaloapan Campus Loma Bonita. Sus áreas de interés son la Robótica Probabilística y los Algoritmos de Optimización.



Eduardo Sánchez Soto

Es Ingeniero en Telecomunicaciones por la facultad de ingeniería de la UNAM desde 1996. Obtuvo el grado de Maestro en Ciencias en Señal, Telecomunicaciones, Imágenes y Radar por la Universidad de Rennes 1 y Escuela Superior de Telecomunicaciones de Bretaña en 2001, en 2005 obtuvo el grado de Doctor en Procesamiento de Señales e Imágenes por la Escuela superior de Telecomunicaciones de Paris, en 2006 y 2007 realiza una estancia PostDoctoral en la Universidad Técnica de Creta y el Instituto de Investigaciones en Informática de Toulouse. Actualmente es Profesor titular A de la carrera de Ingeniería en Computación de la Universidad del Papaloapan, siendo parte del cuerpo académico y de investigación en Computo Científico y Matemáticas Aplicadas. Sus principales líneas de investigación son el Procesamiento de Señales, el Reconocimiento de Patrones y la Biometría.



Hiram Netzahualcóyotl García Lozano

Es Ingeniero en Electrónica por el Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec desde 1998. Obtiene el grado de Maestro y Doctor en Ciencias con Especialidad en Control Automático por el Centro de investigación y de Estudios Avanzados del IPN en 2001 y 2006. Actualmente es Profesor titular A y Director del Instituto de Agroingeniería de las Universidad del Papaloapan. Sus principales líneas de investigación son el Análisis y Control de Sistemas con Retardo.