

Desarrollo de Software para Calcular los Modos Ópticos Localizados en un Sistema de Percolación 3-D

Software Development to Calculate the Optical Modes Located in a 3-D Percolation System

Erika Martínez Sánchez¹, Gennadiy Burlak², Noé Rafael Colorado Sósol³, Carlos R. Muñiz Valdez¹

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Coahuila, Blvd. Fundadores Km. 13 Ciudad Universitaria, Saltillo Coahuila, México, C.P. 25354.

² Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp), Universidad Autónoma del Estado de Morelos

Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa. Cuernavaca, Morelos, México, C.P. 62209

³ Instituto Nacional de Electricidad y Energías Limpias (INEEL), Reforma 113, Col. Palmira, Cuernavaca, Morelos, México, C.P. 62490.

erika.martinez@uadec.edu.mx, gburlak@uaem.mx, nracs@iee.mx, rodrigo.muniz@uadec.edu.mx

PALABRAS CLAVE:

Campo Electromagnético, percolación 3-D, poros aleatorios.

RESUMEN

En este artículo, estudiamos numéricamente los modos ópticos localizados en un sistema de percolación desordenado 3-D, donde el clúster de percolación inicial es llenado por un medio activo compuesto por emisores de luz incoherente. Se evalúa y estudia la distribución del campo electromagnético y varios aspectos relacionados con la solución de las Ecuaciones de Maxwell, para establecer las condiciones de localización óptica 3-D en el modelo considerado. Investigamos las propiedades de la relación de participación inversa del campo electromagnético; como un parámetro que mide la localización óptica, así como el camino libre medio de los fotones que conecta a los emisores de luz en los poros aleatorios del sistema de percolación.

KEYWORDS:

Electromagnetic Field, 3-D percolation, random pores.

ABSTRACT

In this paper, we numerically study the optical localized modes in a 3-D disordered percolation system, where the spanning cluster is filled by an active medium composed by light noncoherent emitters. The distribution of the electromagnetic field and several aspects related to the solution of the Maxwell equations are evaluated and studied to establish the 3-D optical localization conditions in the model considered. We investigate the properties of the inverse participation ratio of the electromagnetic field; as a parameter that measures the optical localization, and also the mean free path of the photons that connects the light emitters in the pores of random size in the percolation system.

Recibido: 30 de junio de 2017 • Aceptado: febrero de 2018 • Publicado en línea: 12 de noviembre de 2018

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los fenómenos más interesantes de la Física del estado sólido es la Localización de Anderson, la cual predice que un electrón puede quedarse inmóvil cuando es puesto en una red desordenada [1,2]. En 1958, apareció el artículo de Anderson, en el que se revisa el efecto del desorden en la evolución de la función de onda del electrón.

El origen de la localización, es debido a la interferencia entre múltiples dispersiones del electrón por defectos aleatorios en el potencial, alterando los eigenmodos de ser extendidos (ondas de Bloch), a ser exponencialmente localizados y como un resultado, el material se transforma de ser un conductor a un aislante [3]. Como la localización es un fenómeno de ondas mecánicas, más tarde los científicos señalaron que éste efecto sería universal para todos los sistemas de ondas y en particular, debería ocurrir en la óptica [4]-[11]. La localización de la luz atrajo considerable atención, comenzando con la sugerencia de que el concepto de la localización de Anderson puede ser aplicado a ondas electromagnéticas (EM), pero con una importante simplificación: a diferencia de los electrones, los fotones no interactúan entre sí. Esto hace que el transporte de los fotones en materiales desordenados, sea un sistema de modelo ideal en el cual estudiar la localización óptica de Anderson. Estas propuestas fueron seguidas por la predicción [12,13] y observación de la localización débil coherente [14-15]. Más recientemente, la localización fuerte de la luz fue observada en medios dieléctricos altamente dispersivos [16-18]. En 2007, surge el primer experimento exitoso en 2-D, de una de las variantes de la localización óptica, llamada localización transversal [19]. Dichos experimentos, demostraron desviaciones de la difusión clásica de la luz y como resultado, una localización significativa debida al desorden [20-24]. La localización óptica de Anderson, y la existencia de modos en sistemas aleatorios tiene algunas prácticas consecuencias. Tales modos pueden ser usados como resonadores para añadir funcionalidad a los componentes fotónicos. El enfoque de fotónica desordenada, se basa en crear una estructura en la cual existan un gran número de resonadores sobre un rango de frecuencias, y lugares en el espacio. Así, en lugar de crear un sólo resonador que deba ser ajustado con dificultad, se deja al sistema que elija al mejor resonador a partir de una amplia selección.

Los modos de una estructura aleatoria, también son

la base para láseres aleatorios, un tópico que se ha desarrollado muy rápido tanto en el área de investigación básica como aplicada. Combinada con la reciente aparición del bombeo eléctrico y varios esquemas de ajuste de color, se puede esperar que los láseres aleatorios encuentren una serie de nuevas fuentes de luz. Gracias a los resultados de la investigación teórica en materiales ópticos desordenados, se pueden crear materiales que dispersen la luz fuertemente, en longitudes de onda y con distribuciones angulares específicas. Tales desarrollos, pueden tener aplicaciones en energía solar, industria de las pinturas, o nuevas fuentes de la luz [25].

En éste trabajo, estudiamos una de las variantes de la localización óptica de Anderson, asociada con las propiedades de un sistema de percolación desordenado 3-D, donde el clúster de percolación es llenado por un medio activo, compuesto por emisores de luz incoherente. A una pequeña concentración de poros en un sistema, el número de clústeres es insignificante. Sin embargo, si la concentración de poros excede un cierto valor umbral (p_c), se forma un clúster que se extiende sobre todo el volumen [26]. Mediante la técnica de las Diferencias Finitas en el Dominio de Tiempo (FDTD), aplicada en un programa computacional desarrollado en Visual C Sharp por Microsoft, calculamos la estructura del campo 3-D, donde toma lugar la localización de la onda, y se propone el criterio de localización del campo, basado en la concepción de un camino libre medio de fotones en dicho sistema.

2. ECUACIONES BÁSICAS

En términos generales, la percolación se define como el paso lento de fluidos a través de materiales porosos. Ejemplos típicos de percolación son: la extracción de petróleo del subsuelo, el cual se hace pasar a través del medio poroso bajo el que se encuentra; el traspaso del agua superficial que se infiltra a las aguas subterráneas; el flujo de electricidad a través de una red aleatoria de resistencias, entre otros. En particular, el modelo de percolación que abordamos está formulado en una red 3-D, donde los poros son de tamaño aleatorio. Asumimos que cada nodo (sitio) en la red puede tener dos estados, 1 (que conduce) o 0 (vacío) con probabilidad de ocupación p , lo que significa que si tenemos N sitios, y N es un número muy grande, entonces pN de esos sitios están ocupados y el resto $(1-p)/N$ de ellos están vacíos. Una forma fácil de estudiar el sitio de percolación, es generar un número aleatorio uniforme r en el intervalo

$0 < r \leq 1$, para cada sitio en la red. Un sitio está ocupado, si dicho número aleatorio satisface la condición $r \leq p$. Si p es pequeño, esperamos que solamente grupos pequeños aislados de clústeres estén presentes. Si p está cerca de la unidad, esperamos que la mayoría de la red estará ocupada, y los sitios ocupados formarán un gran clúster, que estará extendido desde un extremo de la red hasta el otro. Dicho clúster es llamado *spanning cluster* o clúster de percolación inicial. Ya que no hay *spanning cluster* para p pequeño, y sí lo hay para p cercano a uno, por continuidad debe haber un valor intermedio de p en el cual el primer *spanning cluster* existe. Debemos ver que la transición desde un estado de no existencia, a un estado donde el primer clúster de percolación aparece, es un ejemplo de transición de fase de percolación. Así, la percolación umbral p_c es definida como el sitio de probabilidad de ocupación p en el cual el primer *spanning cluster* aparece en una red.

La percolación es un proceso aleatorio, por lo tanto, diferentes estructuras de red de percolación, contienen clústeres de diferentes tamaños y formas. Para poder discutir sus propiedades de forma aproximada, estudiamos las estadísticas de dichos clústeres [27, 28]. La distribución uniforme, es el modelo más simple que corresponde al caso de una variable aleatoria que solo puede tomar valores entre dos extremos, donde además, todos los eventos son igualmente probables de ocurrir. El ejemplo más común de este tipo de distribución, es el lanzamiento de un dado regular, donde el intervalo de posibilidades es [1, 6] y los 6 resultados posibles tienen $1/6$ de probabilidad de ocurrir. Para nuestra simulación, donde buscamos radios de los poros aleatorios, la densidad de probabilidad también es una constante $p(x)$. La probabilidad de que una variable (radio) aleatoria resulte dentro en una región específica del espacio de posibilidades, está dada por la integral de la densidad de esta variable entre uno y otro límite de dicha región.

$$\int_a^b p(x)dx = 1; \quad p = \frac{1}{b-a}, \quad p = c \quad (1)$$

Para las Ecuaciones, que modelan el conjunto de radios aleatorios, hacemos uso de algunas propiedades de la distribución uniforme. La varianza se define como sigue

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{(a-b)^2}{12} \quad (2)$$

Donde $\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$, es la desviación estándar. Enseguida, se tienen las expresiones para el intervalo $[a, b]$, que contienen los radios aleatorios r . A partir de la Ecuación del promedio y la desviación estándar, se tiene el siguiente sistema de Ecuaciones para a y b

$$b = \bar{x} + \sqrt{3}\sigma \quad (3)$$

$$a = \bar{x} - \sqrt{3}\sigma \quad (4)$$

Si r es un número aleatorio que se encuentra en el intervalo $[a, b]$, con distribución constante p , entonces por definición: $\gamma = \int_a^r p(x)dx$. De esta manera, se tiene: $r = a + (b-a)\gamma$, donde γ es un número aleatorio generado por la computadora. Finalmente, de (3)-(4) se tiene:

$$r = a + (b-a)\gamma = R \left(1 - \frac{\sqrt{3}\sigma}{R} + \frac{2\sqrt{3}\sigma}{R}\gamma \right), \alpha = \frac{\sqrt{3}\sigma}{R}, R \neq 0 \quad (5)$$

$$r_i = R(1 - \alpha + 2\alpha\gamma) \quad (6)$$

A partir de la Ecuación (6), se generan los radios aleatorios para los poros del sistema de percolación, donde R representa el promedio del radio de los poros. Tanto R , como la desviación estándar σ , son parámetros que variamos para definir la geometría de múltiples sistemas de percolación 3-D.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para encontrar la emisión del campo electromagnético (EM) del sistema, resolvemos la Ecuación que acopla la densidad de polarización P , el campo eléctrico E y los niveles de ocupación de los emisores. En el caso de emisores desacoplados, esta Ecuación es la siguiente [29]

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \Delta \omega_a \frac{\partial P}{\partial t} + \omega_a^2 P = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3}{\tau_{21}\omega_a^2} (N_1 - N_2)E \quad (7)$$

Donde, $\Delta\omega_a = \tau_{21}^{-1} + 2T_2^{-1}$, y T_2 es el tiempo medio entre los eventos de desfase, τ_{21} es el tiempo de decaimiento desde el segundo nivel atómico hasta el primero y ω_a es

la frecuencia de radiación de los emisores. Los campos eléctrico E y magnético H y la corriente $j\partial P/\partial t$, son calculados a partir de las Ecuaciones de Maxwell con la técnica FDTD, junto con las Ecuaciones de las densidades $N_i(r,t)$ de los átomos que residen en el i -ésimo nivel. Para este caso, se estudian emisores de cuatro niveles $i=0,1,2,3$, puede ver los detalles de las Ecuaciones de las densidades en [30] y sus referencias.

Es muy difícil encontrar resolver analíticamente el conjunto de ecuaciones que modelan al sistema en cuestión, por ello es necesario aplicar técnicas numéricas. Debido a que el modelo de difusión clásica, no describe correctamente la propagación de los fotones en un medio dispersivo de ganancia o pérdida con distribución no uniforme [31], hemos de aplicar la técnica FDTD para las simulaciones. Para los cálculos, hemos considerado el medio de ganancia con parámetros cercanos al polvo de GaN, similar al de [32]. La frecuencia del láser ω_a es $2\pi \times 3 \times 10^{13}$ Hz, los tiempos de vida son $\tau_{32}=0.3$ ps, $\tau_{10}=1.6$ ps, $\tau_{21}=16.6$ ps y el tiempo medio de desfase es $T_2=0.0218$ ps. El clúster de percolación, ha sido generado dentro de un cubo de $l_0=1\mu\text{m}$ de borde, que tiene l^3 nodos, con $L=75$ que resultó ser suficiente para simular la estructura de percolación [33, 34]. Cada nodo indica la posición de un emisor. La permitividad del material anfitrión es $n=2.2$ muy cerca de los valores típicos de la cerámica $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$, SrTiO_3 , ZrO_2 (ver [35]). Los resultados para las simulaciones, son obtenidas por bombeo de onda continua, dadas por $A_r=10^7 \text{ s}^{-1}$. Dado este bombeo, todas las simulaciones muestran la formación de la emisión láser bien definida para $t > t_s$, nos referimos a t_s como el tiempo de inicio del efecto láser. La semilla inicial para el campo EM, ha sido creada con fases aleatorias en cada nodo, con el fin de simular ruido en el sistema. Limitamos nuestra atención en un tiempo t , que no supera el tiempo crítico t_c de la generación de láser, de manera que $t < t_c$. El desarrollo de las técnicas y algoritmos numéricos, se han aplicado en Visual C Sharp por Microsoft, en la siguiente sección veremos los resultados obtenidos.

4. RESULTADOS

Es muy difícil observar la localización en sistemas 3-D. En el estudio que realizamos en este trabajo, buscamos y establecemos las condiciones de la localización de la luz en el medio que proponemos, mediante la comprobación de Ecuaciones y criterios de localización. Dado que tal fenómeno ocurre en un sistema altamente desordenado, nuestro resultado puede ser interpretado

como una de las variantes de la localización óptica de Anderson. En el modelo de percolación considerado, se usa el enfoque de la teoría de la localización de Anderson. A partir de ello, formulamos la medida de la localización por un parámetro sin dimensiones g (similar al criterio de Ioffe-Regel [36]), que es una relación entre dos escalas espaciales: el camino libre medio de los fotones en una muestra \bar{l} y la longitud de onda λ_a de los emisores de radiación. El primer parámetro \bar{l} , es proporcional a la distancia óptima l_{3N} que un fotón puede viajar entre los N emisores dentro del tamaño finito de la muestra 3D (l_0 es el tamaño de la muestra), sin visitar la misma región dos veces, tal que $l_{av}=l_{3N}/N$ y $\bar{l}=l_0 l_{av}$. El segundo parámetro, es la longitud de onda $\lambda_a=2\pi c/\omega_a$, la cual corresponde a la frecuencia de transición ω_a de los emisores de radiación incorporados en un clúster de percolación [37]. El parámetro g , se lee como sigue

$$g = \bar{l}/\lambda_a = 2\pi \frac{\omega_a l_0 l_{3N}}{c N} \quad (8)$$

La definición del parámetro g en la Ecuación (8), nos lleva a la siguiente estrategia para las simulaciones: (i) Definir el tamaño de la malla numérica, con $L \times L \times L$ nodos (donde $L=40,50,60,75$) y simular la percolación para diferentes valores de la probabilidad de ocupación p alrededor del valor de percolación crítico $p_c=0.5$ [25]; en un sistema con radio de los poros aleatorio y desplazamiento fijo $s=0$, consideramos radio promedio $R=0.49$. Esto permite definir el número (N) y la posición de los emisores de radiación que pertenecen al clúster; (ii) enseguida, calculamos el camino óptico óptimo l_{3N} que conecta a los N emisores encontrados en el paso (i) con el uso de la técnica Monte Carlo. El bien conocido Principio de Fermat [38], afirma que el camino óptico óptimo N , entre cualesquiera dos puntos r_0 y r_1 , queda definido por el mínimo $S = \int_{r_0}^{r_1} n_r ds = \min$, donde n_r es el índice refractivo del medio. (iii) se calcula la longitud promedio del camino libre como $l_{av}=l_{3N}/N$, donde l_{3N} es el camino óptico óptimo entre los N emisores y finalmente (iv) calculamos la radiación del campo de la estructura 3-D de la Ecuaciones (7) y de las densidades, por la técnica FDTD [39]. Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras (1)-(4). La Figura 1, muestra el camino libre medio entre los emisores ópticos, parámetro sin dimensiones (definido en el paso (iii)), para los casos $L=40,50,60,75$. De la Figura 1, podemos observar que para un pequeño valor de probabilidad de percolación $p < 0.45$, l_{av} es pequeño, pero también es pequeño el número de emisores. En

el área de la transición de percolación $p \approx 0.5$, las curvas para el camino libre, muestran un comportamiento crítico para todas las escalas utilizadas L . En dicha área, el número de emisores N en el clúster de percolación crece rápidamente conforme se incrementa p .

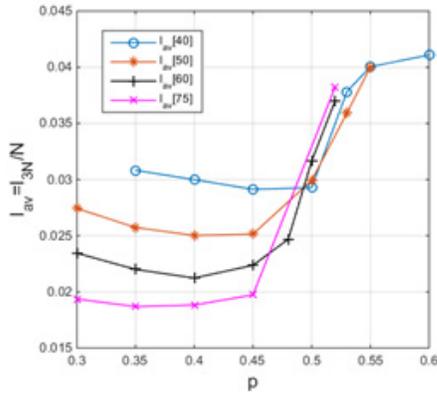


Figura 1. Distancia libre media sin dimensiones entre los emisores de campo $I_{av} = l_{3N} / N$ en el sistema de percolación como función de la probabilidad de ocupación p , donde l_{3N} es la distancia óptima total entre los N emisores para una malla numérica 3-D L^3 , con $L=40,50,60$ y 75 .

La Figura 2, muestra los valores del parámetro g de la Ecuación (8) para las cantidades típicas de la frecuencia del campo, $\omega_a = 2\pi \times 0.3 TH_z$, longitud de la escala $l_0 = 370 \mu m$, y el camino libre sin dimensiones l_{av} . En la Figura 2, observamos que el criterio de localización $g \sim 1$, se logra cerca de la percolación umbral $p \sim 0.48$ para $N > 50$. Esto confirma la validez de la condición anterior derivada $g \sim 1$ para el umbral de la localización óptica del campo. También podemos observar que para el caso $p > p_c$ se obtiene $g > 1$, por lo tanto para un mayor p , no puede ser observada la localización del campo.

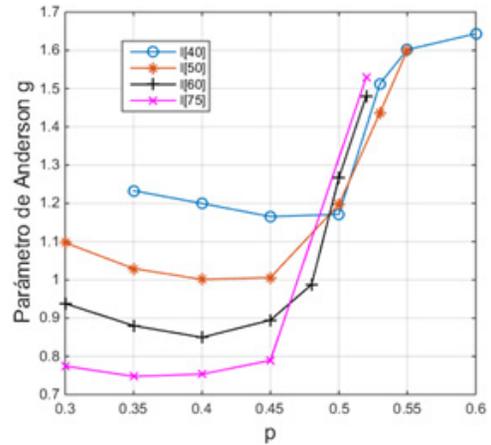


Figura 2. Parámetro g de la ecuación (8) para las cantidades típicas: frecuencia del campo $\omega_a = 2\pi \times 0.3 TH_z$, longitud de escala $l_0 = 370 \mu m$, $\lambda = \lambda_{vac} = 62.8 \mu m$ y el camino libre sin dimensiones de la Fig. 1. Observamos que el criterio $g \sim 1$ se satisface cerca de la percolación umbral $p \sim 0.5$, ya para $N > 50$. El aumento de probabilidad p conduce a que $g > 1$ y la localización no ocurra.

Para evaluar cuantitativamente el grado de localización del campo, calculamos la relación de participación inversa (IPR), definida por la siguiente ecuación [40]

$$I = \frac{l_0^3 \int |\mathbf{E}|^4 d^3r}{(\int |\mathbf{E}|^2 d^3r)^2} \quad (9)$$

De la Ecuación (9), se tiene que $I \sim 1$ para el campo con distribución homogénea, e $I < 1$ para campos con distribución inhomogénea. La Figura 3 muestra los valores $I(p)$, junto con el parámetro de percolación $P(p)$ como función de la probabilidad de ocupación p para un tamaño de malla, $L=75$; se muestra en la Fig. 3(a) el caso $\sigma=0.04$ y en la Fig. 3(b), $\sigma=0.4$. Observamos que $I(p) \sim 0.5$, hasta la zona de transición de percolación ($p < p_c$) y que $I(p)$ cambia repentinamente en $p \approx p_c$, donde ocurre la transición de fase de percolación. Para $p > p_c$, el valor del IPR se encuentra en $I(p) \sim 0.75$. Esto concuerda con la condición formulada anteriormente sobre la localización del campo, y explica porque dicho efecto de localización, ocurre en el área de la transición de fase de percolación $p \approx p_c$. Las simulaciones numéricas confirman este resultado. Cabe mencionar que la percolación del sistema poroso, es un efecto que corresponde únicamente a la

geometría del medio. Por otro lado el cálculo del IPR, involucra al campo eléctrico debido a los nano-emisores radiando dentro del clúster de percolación.

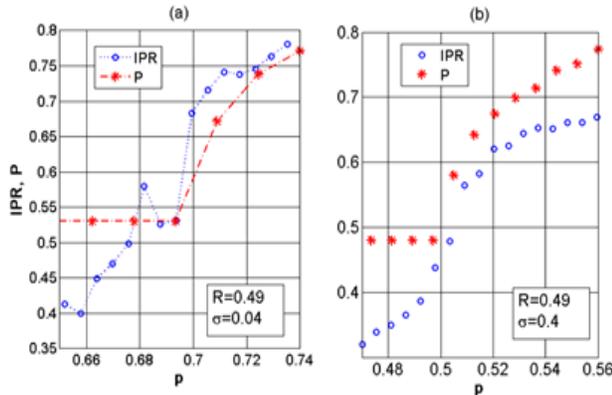


Figura 3. Relación de Participación Inversa $I(p)$ para el campo radiado (Ec. (9)) y el parámetro de orden $P(p)$ del clúster de percolación inicial en función de la probabilidad de ocupación p . Consideramos el radio de los poros promedio $R=0.49$ y la desviación estándar; (a) 0.04, (b) 0.4.

La Figura 4 muestra la distribución del campo radiado utilizando la técnica FDTD 3-D, para los parámetros indicados. Nos concentramos cerca del umbral de percolación. Dada la complejidad para analizar la forma general del campo 3-D, consideramos la estructura del campo en la intersección central del sistema. Se pueden observar algunas manchas o sitios del campo con forma localizada suave que se encuentra en el área libre de fuentes. Uno de los modos localizados, se encuentra alrededor de $x=70, y=50$, este modo exhibe una amplitud de campo localizado.

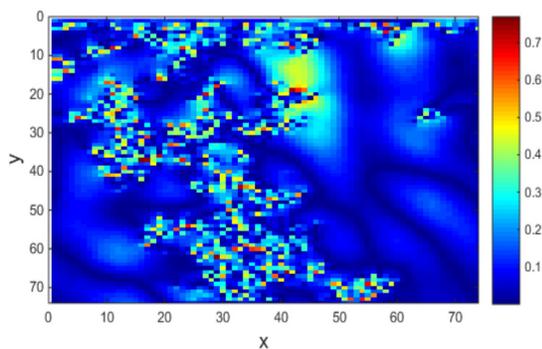
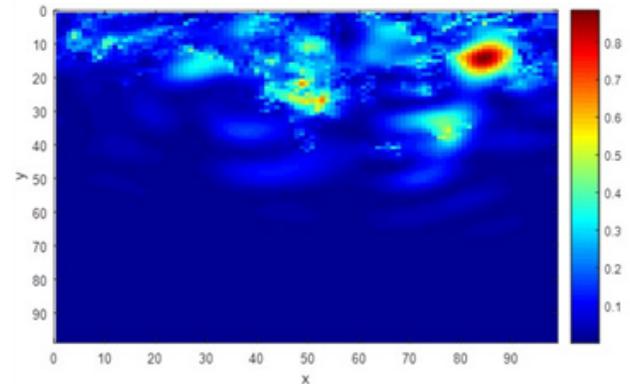


Figura 4. Distribución típica del campo $|E_x|$ (en la intersección central) en el sistema de percolación, con

$p=0.5$ para una malla con $L=75$. El punto alrededor de $x=45, y=15$ exhibe la amplitud del modo localizado. También se generan otros modos fuera del área de la fuente, pero con menores amplitudes.

En la Figura 5, se muestra el campo EM en la intersección central del sistema. Uno de los modos localizados con gran amplitud, se encuentra en las coordenadas (85,10) en el plano x,y , fuera del área de la fuente. En la figura 5, se ha considerado un tamaño promedio de los radios aleatorios $R=0.49$, para una desviación estándar $\sigma=0.3$, cerca de la percolación umbral $p_c \sim 0.5$.



CONCLUSIONES

En nuestro estudio de los modos ópticos del campo electromagnético, generados por los emisores incorporados en un sistema de percolación 3-D, hemos encontrado que a través de un análisis del camino libre medio de los fotones y el cálculo de la relación de participación inversa (IPR), la localización surge cerca de la transición de fase de percolación. Es importante señalar que la percolación umbral, es un efecto que corresponde únicamente a la geometría del sistema, donde ningún campo EM tiene participación. Por otro lado, el IPR es la medida de la distribución de los modos EM a través de un medio material. La localización de Anderson, y la existencia de modos en sistemas aleatorios tienen consecuencias prácticas. Tales modos pueden ser usados como resonadores para añadir funcionalidad a los componentes fotónicos. Los modos de una estructura aleatoria, también proveen la base para láseres aleatorios; un tópico que se ha desarrollado tanto en el área de investigación básica como aplicada. El análisis de un camino libre medio y la relación de participación inversa (IPR), muestran que la localización surge cerca de la transición de fase de percolación en el sistema 3-D.

REFERENCIAS

1. Anderson, P. W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.* 1958, 109(5), 1492-1505.
2. Lee, Patrick A., Ramakrishnan, T. V. Disordered electronic systems. *Rev. Mod. Phys.* 1985, 57(2), 287-337.
3. Khmel'nitskii D.E. Localization and coherent scattering of electrons. *Physica B.* 1984, 126, 235-241.
4. John, Sajeev. Electromagnetic absorption in a disordered medium near a photon mobility edge. *Phys. Rev. Lett.* 1984, 53(22), 2169-2172.
5. John, Sajeev, Strong Localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.* 1987, 58(23), 2486-2489.
6. Arya, K., Su, Z. B. and Birman, Joseph L. Anderson localization of electromagnetic waves in a dielectric medium of randomly distributed metal particles. *Phys. Rev. Lett.* 1986, 57(21), 2725-2728.
7. Lagendijk, Meint P. Van Albada, Martin B. van der Mark. Localization of light: The quest for the white hole. *Physica A.* 140(1-2), 183-190.
8. Kaveh M. Localization of photons in disordered systems. *Philosophical Magazine Part B.* 1987, 56(6), 693-703.
9. Soukoulis, C. M., Economou, E. N., Grest, G. S. and Cohen, M. H. Existence of Anderson localization of classical waves in a random two component medium. *Phys. Rev. Lett.* 1989, 62(5), 575-578.
10. Anderson, P. W. The question of classical localization: A theory of white Paint. *Phil. Mag. B.* 1985, 52(3), 505-509.
11. Lopez Cefe. Anderson localization of light: A little disorder is just right. *Nature Physics*, 2008, 4, 755-756.
12. Akkermans E., Maynard R. Weak localization of waves. *Physique Lett.* 1985, 46(22), 1045-1053.
13. De Raedt, Hans and Lagendijk, Ad and de Vries, Pedro. Transverse localization of Light. *Phys. Rev. Lett.* 1989, 62(1), 47-50.
14. Wolf, Pierre-Etienne, Maret, Georg. Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media. *Phys. Rev. Lett.* 1985, 55(24), 2696-2699.
15. Etemad, S., Thompson, R. and Andrejco, M. J. Weak localization of photons: Universal fluctuations and ensemble averaging. *Phys. Rev. Lett.* 1986, 57(5), 575-578.
16. Diederik S. W., Paolo B., Ad L., Righini R. Localization of light in a disordered medium, *Nature.* 1997, 390, 671-673.
17. Berry M. V. and Klein S. Transparent mirrors: rays, waves and localization. *European Journal of Physics.* 1997, 18(3), 222.
18. Storzer, Martin, Gross, Peter, Aegerter, Christof M. and Maret, Georg. Observation of the critical regime near Anderson localization of light. *Phys. Rev. Lett.* 2006, 96(6).
19. Tal Schwartz, Guy B., Shmuel F., Mordechai S. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature.* 2007, 446, 52-55.
20. Valy Vardeny Z. and Mikhail Raikh. Light localized on the lattice. *Nature.* 2007, 446, 37-38.
21. Yoav Lahini, Assaf Avidan, Francesca Pozzi, Marc Sorel, Roberto Morandotti, Demetrios N. Christodoulides and Yaron Silberberg. Anderson localization and nonlinearity in one dimensional disordered photonic lattices. *Phys. Rev. Lett.* 2008, 100.
22. Szameit. Wave localization at the boundary of disordered photonic lattices. *Opt. Lett.* 2010, 35, 1172-1174.
23. García, P. D., Smolka, S., Stobbe, S. and Lodahl, P. Density of states controls Anderson localization in disordered photonic crystal waveguides. *Phys. Rev. B.* 2010, 82(16).
24. Mordechai Segev, Yaron Silberberg and Demetrios N. Christodoulides. Anderson localization of light. *Nature Photonics.* 2013, 7, 197-204.
25. Diederik S. Wiersma, Paolo Bartolini, Ad Lagendijk and Roberto Righini. Localization of light in a disordered medium. *Nature.* 1997, 390, 671-673.
26. Burlak, G., Calderon-Segura Y., Percolation and lasing in real 3D crystals with inhomogeneous distributed random pores. *Physica*

B: Condensed Matter. 2014, 453, 8-13.

27. Dietrich Stauffer, Amnon Aharony. Introduction to percolation theory. Taylor and Francis, London, Second Edition, 1994.
28. Harvey Gould, Jan Tobochnik and Wolfgang Christian, Computer simulation methods, application to physical systems. Third Edition, 2011.
29. A. E. Siegman, Lasers, (Mill Valley, Calif.: University Science Books), Print book : English, 1986.
30. Jiang, Xunya and Soukoulis, C. M. Time dependent theory for random lasers. Phys. Rev. Lett. 2000, 85(1), 70-73.
31. M. A. Noginov, J. Novak, D. Grigsby, L. Deych. Applicability of the diffusion model to random lasers with non-resonant feedback. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. 2006, 8.
32. Cao, H. , Zhao, Y. G., Ho, S. T., Seelig, E. W., Wang, Q. H. and Chang, R. P. H. Random laser action in semiconductor powder. Phys. Rev. Lett. 1999, 82(11), 2278-2281.
33. Burlak G., Vlasova M., Marquez Aguilar P. A., Xixitla-Cheron L. Optical percolation in ceramics assisted by porous clusters. Opt. Commun. 2009, 282(14).
34. Burlak G., Diaz-de-Anda A., Karlovich Yu. and A. B. Klimov. Critical behavior of nanoemitter radiation in a percolation material. Phys. Lett. A. 2009, 373(16), 1492-1499.
35. Sanghera J., Kim W., Villalobos G., Shaw B., Baker C., Frantz J., Sadowski B. and Aggarwal I. Ceramic Laser Materials. Materials. 2012, 5(258).
36. Ioffe, A.F. and Regel. Non-crystalline, amorphous and liquid electronic semiconductors. Progress in Semiconductors. 1960, 4.
37. Burlak G. and Martinez-Sanchez E.. The optical Anderson localization in three-dimensional percolation system. Optics Communications. 2017, 387, 426-431.
38. Born M. and Wolf E. Principles of Optics. Pergamon, 7th edition, 1980.
39. Burlak, G. and Rubo, Y. G. Mirrorless lasing from light emitters in percolating clusters. Phys. Rev. A. 2015, 92(1).
40. Carsten Rockstuhl, Toralf Scharf. Nano-optics and nanophotonics. Springer Heidelberg New York Dordrecht London, Third Edition, 2013.

SEMBLANZA



La Dra. Erika Martínez Sánchez estudió la licenciatura en Matemáticas Aplicadas en la Universidad Autónoma de Coahuila en 2010. Realizó sus estudios de maestría y doctorado en la Universidad Autónoma del Estado de Morelos en el Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Actualmente es Profesor-Investigador Titular C en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Coahuila. Recientemente obtuvo la candidatura del Sistema Nacional de Investigadores del Conacyt. Cuenta con la participación en congresos nacionales e internacionales, es autor y coautor de artículos arbitrados y capítulos de carácter científico.



El Dr. Gennadiy Burlak estudió la licenciatura y maestría en la Universidad Nacional de Kiev (KNU) en 1975. Obtuvo el Doctorado en Ciencias Físico-Matemáticas por la KNU en 1988. Desde 1998 es Profesor-Investigador Titular C definitivo del Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAP-UAEM). Actualmente cuenta con la distinción del nivel III del SNI, por parte del Conacyt. Es autor y coautor de cuatro libros y más de 150 artículos en revistas arbitradas. Ha participado en 118 ponencias en congresos nacionales e internacionales.



Noé Rafael Colorado Sósol. Ingeniero electricista, egresado del Instituto Tecnológico de Veracruz en 2004. Desde el año 2007 ingresó al Instituto de Investigaciones Eléctricas (ahora INEEL), laborando en la Gerencia de Equipos Eléctricos como especialista en diagnóstico de equipo primario de subestaciones, ha participado en proyectos de desarrollo e implantación de metodologías para el diagnóstico de transformadores de instrumento en alta tensión y, desarrollo de algoritmos para el mantenimiento basado en condición de equipo primario de subestaciones. Ha participado en congresos nacionales e internacionales. Actualmente realiza estudios de maestría en un proyecto coasesorado por el INEEL, Instituto de Ciencias Físicas (ICF-UNAM) y el CIICAp.



El Doctor en Ciencias en Ingeniería Metalurgia y Cerámica, Carlos R. Muñiz Valdez, profesor investigador de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Coahuila, líder del Cuerpo Académico de Metal Mecánica con el reconocimiento por parte del PROMEP con la distinción de Consolidado, miembro del Sistema Nacional de Investigadores Nivel I, reconocido por el Perfil Deseable de PROMEP, trabaja en la Línea de Generación y Aplicación del Conocimiento "Desarrollo de materiales y procesos de fabricación". Actualmente cuenta con una producción científica de 20 artículos indizados a la Journal Citation Report, 14 artículos arbitrados en revista de carácter científico, 14 tesis de licenciatura y 12 de maestría, 4 desarrollos tecnológicos validados por el sector productivo y relacionados en la optimización, eficiencia de procesos y en el desarrollo de materiales y componentes de productos con alto valor agregado.