

Aprendizaje Colaborativo para enseñar teoría de conjuntos a estudiantes de ingeniería.

Magdaleno García Bueno¹, Jorge J. Juárez Lucero¹ , María del Rayo G. Guevara Villa¹ , Julieta SantanderCastillo², Yuridia Ramírez Chocolat² , Víctor Manuel Castañeda Tellez³

¹Universidad Politécnica Metropolitana de Puebla, Calle Popocatepetl s/n 3 cerritos. Puebla, México. 52(222) 582-5222.

²Ingeniería en Sistemas Computacionales, Instituto Tecnológico Superior de Atlixco.

³Colegio Intercanadiense de Puebla.

Correos: magdaleno0100@gmail.com, jjlucero@gmail.com, dra.rayo.guevara@gmail.com, jsc_spc@hotmail.com, yuridiamirezchocolat@hotmail.com, ingcast71699@gmail.com

PALABRAS CLAVE:

Teoría de conjuntos, lógica digital, circuitos TTL, aprendizaje colaborativo.

RESUMEN

Se diseñó un nuevo método para enseñar teoría de conjuntos para estudiantes de ingeniería y estudiantes de ciencias de la computación o ingeniería computacional, está basado en aprendizaje colaborativo donde los estudiantes trabajan en equipo y cada uno de los integrantes tiene asignado un rol diferente. Cada equipo se divide en tres estudiantes clasificados como el “verificador”, el “modelador” y el “constructor”.

Como primer paso, el método permite construir una equivalencia entre los conceptos básicos de la teoría de conjuntos como unión, intersección y complemento con los conceptos básicos de lógica matemática como disyunción, conjunción y negación. Posteriormente se plantea un problema de teoría de conjuntos, se inicia el modelado en lógica digital (realizado por todos los “verificadores”) y se diseña la tabla de verdad con todos los resultados verdaderos y falsos posibles (diseñada por todos los “modeladores”). Finalmente se construye el diagrama de compuertas (“por los constructores”) y el circuito correspondiente en un protoboard (juntando los resultados obtenidos por el “verificador”, “modelador” y “constructor” de un equipo) donde los estudiantes pueden modelar el problema propuesto de teoría de conjuntos usando lógica digital.

El método propuesto fue aplicado para enseñar teoría de conjuntos a estudiantes de ingeniería en sistemas y biotecnología logrando un mejor aprendizaje de esta área de las matemáticas para los estudiantes.

KEYWORDS:

Set Theory, digital logic, TTL circuits, collaborative education.

ABSTRACT

We design a new method for teach set theory for engineer students and computer science engineer, this method is based in collaborative education where the student make a team and each member have a different role. Each team is divided in three students called the “checker”, the “modeler” and the “builder”.

The first step is to build equivalence between the basic concepts of the set theory like union, intersection and complement with the digital logic basic concepts like disjunction, conjunction and negation. Later, the students analyze a set theory problem making the digital logic equivalent (made for all “checkers”); the “modelers” design the truth table with all the possibilities, in this table they have the combination of true or false values. Finally, the “builders” build the equivalent circuit using logic TTL gates and on the breadboard make the result using all information obtained by a team (checker, modeler and builder); the team can model problems of the set theory using digital logic. This method was used to teach set theory to computer system engineering and biotechnology engineering students, they have a better knowledge of this area of the mathematics.

Recibido: 1 de agosto de 2017 • Aceptado: 5 de enero del 2018 • Publicado en línea: 12 de noviembre de 2018

1. INTRODUCCIÓN

El modelo de enseñanza en las Universidades Politécnicas en México es basado en competencias, este modelo permite a los estudiantes alcanzar las habilidades que requieren para desempeñarse como profesionistas. El maestro ofrece el conocimiento, las habilidades y actitudes a los estudiantes, proporciona las herramientas, técnicas, y análisis. El estudiante entrega reportes, portafolios de evidencias e información donde puede apreciarse el conocimiento recién adquirido (1-4).

La educación colaborativa no es solamente una técnica para un salón de clases, es una filosofía de vida. En todas las reuniones es necesario que cada persona colabore y contribuya como miembro de una comunidad. Para ello, es necesario que los miembros de la comunidad acepten sus responsabilidades y acciones que les toca como individuos y tomar una decisión en forma grupal (2-4).

El éxito del modelo colaborativo es la cooperación entre los individuos de una población o muestra y contrasta con el modelo basado en competencias, aquí algunos individuos son mejores que otros dentro del mismo grupo. Los estudiantes en la educación colaborativa aprenden a vivir como una comunidad social y cada persona actúa como miembro de una familia donde cada uno tiene su propio rol en el hogar. Los estudiantes aprenden una nueva forma de vida y una forma de convivir con el resto de la comunidad.

La educación colaborativa formal necesita estimular actitud y valores, desarrolla un pensamiento crítico y las habilidades de poder aplicar diferentes roles. Para ello, los estudiantes aprenden a escuchar a los otros miembros de su comunidad y conocer sus puntos de vista. El maestro proporciona instrucciones a sus estudiantes para analizar el nuevo conocimiento y distribuir un rol para cada estudiante durante su aprendizaje (1).

La educación en la ingeniería por mucho tiempo ha sido una educación de hablar y escuchar (5, 6), los ingenieros tienen la necesidad de crear grupos de trabajo, requieren de habilidades y de trabajo práctico. Una variante educativa ha sido el aprendizaje basado en proyectos (2, 7-9).

Por otro lado, la teoría de conjuntos y todo el aprendizaje relacionado con las matemáticas discretas es difícil de aprender para la mayoría de los estudiantes, los alumnos son incapaces de ver la relación existente entre matemáticas e ingeniería.

En conclusión, el ingeniero necesita trabajar en forma

colaborativa tomando un papel dentro de su grupo. Para ello, describimos en este artículo un nuevo método para enseñar teoría de conjuntos usando como base el conocimiento obtenido en teoría de circuitos que es la forma más fácil de pensar para un ingeniero.

2. METODOLOGÍA

Los estudiantes de ingeniería aprenden teoría de conjuntos después de un curso de teoría de circuitos, así que ellos están familiarizados con el desarrollo de aplicaciones lógicas con compuertas TTL como circuitos de compuertas AND, OR y NOT.

Nuestro modelo comienza con una correspondencia esencial entre la teoría de conjuntos y las compuertas lógicas. La primera correspondencia es analizada a partir de la definición de intersección (10). La cual dice que:

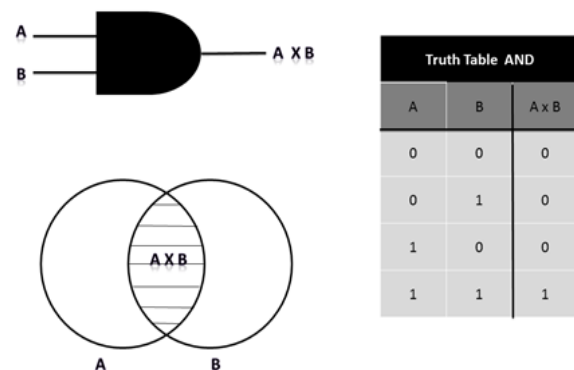
$$A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\} \quad [1]$$

Donde x es un elemento que pertenece al conjunto A y pertenece al conjunto B

Así, en la definición es implícito que la intersección involucra la preposición lógica “y” (and).

La figura 1 muestra ésta correspondencia y es explicada de la siguiente forma, tenemos dos conjuntos denominados A y B , si existe una relación llamada “intersección” entre éstos dos conjuntos entonces tenemos un elemento que pertenece a ambos conjuntos, éste pertenece al conjunto A y al conjunto B , esto ocurre si y solamente si es verdadero que exista este elemento en los dos conjuntos.

Figura 1.- Compuerta AND y su equivalente en teoría de conjuntos, la conjunción con intersección.



Este análisis en lógica matemática significa que podemos cambiar la INTERSECCIÓN por una compuerta AND y poner la tabla de verdad equivalente. Así, solamente si existe el elemento en los dos conjuntos (y existe la conjunción entre ellos) entonces la tabla de verdad contendrá un valor "verdadero". De otro modo, si no existe una relación entre los dos conjuntos entonces el valor de verdad será "falso", un valor falso en la tabla de verdad significa que alguno de los elementos o los dos no se encuentran en los conjuntos. En lógica de circuitos la compuerta AND es "verdadera" cuando ambos valores son verdaderos, en cualquier otro caso el resultado es falso.

La segunda correspondencia es acerca de la definición de unión (10). Esta dice que:

$$A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\} \quad [2]$$

Donde x es un elemento que pertenece al conjunto A o pertenece al conjunto B.

Así, en la definición de unión se encuentra implícita la preposición "or".

La figura 2 muestra que tenemos dos conjuntos denominados A y B, si existe una relación llamada "unión" entre éstos conjuntos entonces es verdadero que tenemos un elemento que pertenece al conjunto A o B o a ambos conjuntos.

Este análisis en lógica matemáticas significa que podemos intercambiar UNIÓN por una compuerta OR y poner una tabla de verdad equivalente. Así, si existe un elemento que pertenece a algún conjunto, en la tabla de verdad tenemos un valor verdadero (y se dice que existe la disyunción entre ellos) entonces la tabla de verdad será "verdadera" si existe el elemento en alguno de los conjuntos, y solamente será "falsa" si ninguno de los conjuntos tiene al elemento. En lógica de circuitos la compuerta OR es "verdadera" cuando alguno de los valores de entrada son verdaderos, solamente será falso cuando ambos elementos sean falsos.

La figura 3 muestra el circuito equivalente de la definición del complemento de un conjunto. Si el elemento no se encuentra dentro del conjunto A entonces se encuentra en el complemento del conjunto A. En lógica matemática esto es lo mismo que la compuerta NOT, la definición del complemento de un conjunto dice:

$$A^c = \{x \notin A\} \quad [3]$$

Donde x es un elemento que pertenece al conjunto A.

Figura 2.- Compuerta OR y su equivalente en teoría de conjuntos, la disyunción con unión

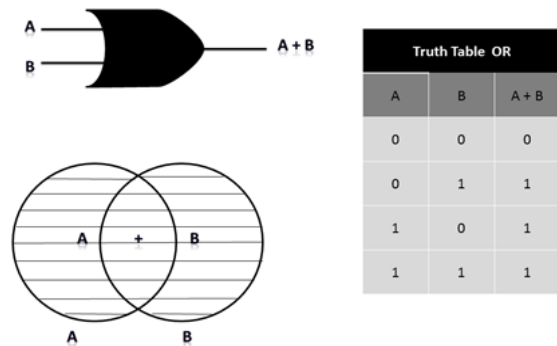
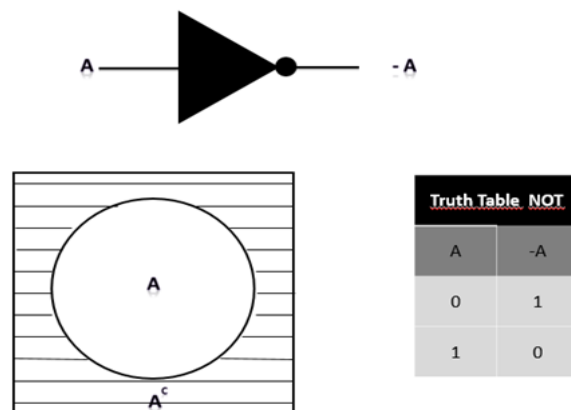


Figure 3.- Compuerta NOT y su equivalente en teoría de conjuntos, la negación con complemento



3. DISCUSIÓN

Estudio de un caso

Tenemos tres conjuntos A, B, y C. El conjunto A tiene una intersección con el conjunto B pero ninguno de los conjuntos presenta un elemento en común con el conjunto C, entonces tenemos la relación presente en las ecuaciones [4] y [5].

$$x \notin C \wedge (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow x \in C^c \wedge (A \cap B) \quad [4]$$

$$x \in C^c \wedge (A \cap B) \Rightarrow x \in \{C^c \cap (A \cap B)\} \quad [5]$$

Cuando el conjunto B tiene una intersección con el conjunto C pero ambos no tienen ningún elemento en común con el conjunto A se forma la relación presente en las ecuaciones [6] y [7].

$$x \notin A \wedge (x \in B \wedge x \in C) \Rightarrow x \in A^c \wedge (B \cap C) \quad [6]$$

$$x \in A^c \wedge (B \cap C) \Rightarrow x \in \{A^c \cap (B \cap C)\} \quad [7]$$

Si el conjunto A tiene una intersección con el conjunto C pero no comparten elementos en común con el conjunto B presentan la relación de las ecuaciones [8] y [9].

$$x \notin B \wedge (x \in A \wedge x \in C) \Rightarrow x \in B^c \wedge (A \cap C) \quad [8]$$

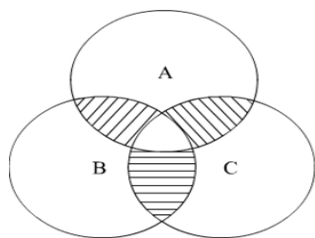
$$x \in B^c \wedge (A \cap C) \Rightarrow x \in \{B^c \cap (A \cap C)\} \quad [9]$$

El problema planteado anteriormente en teoría de conjuntos puede ser estructurado en forma lógica de la siguiente manera: Tenemos tres personas A, B, C y tenemos además las siguientes tres condiciones:

- 1) La persona A quiere conectarse por medio de un chat con la persona B pero por el momento no quiere platicar con la persona C (se está excluyendo a C).
- 2) La persona B está conectada con la persona C y no quieren platicar con la persona A por el momento (se está excluyendo a A).
- 3) El último caso se da cuando las personas A y C quieren estar conectadas pero están ambos excluyendo a B (se está eliminando a B).

Este caso es modelado en teoría de conjuntos empleando diagramas de Venn como el que se muestra en la figura 4. Las intersecciones representan caminos de comunicación entre dos personas.

Figura 4: Modelo que representa el problema del chat room entre tres personas. A, B y C son personas representadas por conjuntos.



La explicación en teoría de conjuntos del problema analizado se muestra en la ecuación [10].

$$[(A \cap B) - C] \cup [(B \cap C) - A] \cup [(A \cap C) - B] \quad [10]$$

Por lo tanto, usando la tabla de equivalencias (11-12) en teoría de conjuntos tenemos que:

$$x \in (A - B) \Rightarrow x \in (A / B) \Rightarrow x \in A \text{ y } x \notin B \quad [11]$$

$$x \in A \text{ y } x \notin B \Rightarrow x \in A \text{ y } x \in B^c \quad [12]$$

$$x \in A \text{ y } x \in B^c \Rightarrow x \in (A \cap B^c) \quad [13]$$

Encontrando una forma equivalente podemos reemplazar la ecuación [9] y [13] por la ecuación [14]

$$[(X \cap Y) - Z] = [(X \cap Y) \cap Z^c] \quad [14]$$

La representación de ésta ecuación en lógica de circuitos se muestra en la figura 5.

Aplicando la ecuación [14] a la ecuación [10] obtenemos la ecuación [15].

$$[(A \cap B) \cap C^c] \cup [(B \cap C) \cap A^c] \cup [(A \cap C) \cap B^c] \quad [15]$$

Aplicando la metodología propuesta en este artículo entonces $[(A \cap B) \cap C^c]$ puede ser cambiada por el circuito equivalente (figura 5).

Haciendo la tabla de verdad para los conjuntos, es una combinación de A, B, y C (las tres personas), la solución X es 1 cuando hay comunicación entre dos personas y 0 cuando solamente se encuentra conectada una persona o ninguna o los tres al mismo tiempo.

El circuito final y la tabla de verdad se muestran en la figura 6. En esta tabla podemos ver que solamente el resultado X es verdadero cuando A y B, o B y C, o A y C están conectados, en cualquier otra combinación el resultado es falso, lo cual corresponde a la ecuación [15].

Este diagrama puede ser convertido en un circuito eléctrico en un protoboard usando compuertas TTL (ver figura 7), el resultado es expresado en la compuerta final mediante un led. Si el led se encuentra encendido entonces tenemos una comunicación entre dos conjuntos o personas, si el led se encuentra apagado entonces tenemos una condición no permitida (comunicación no deseada).

Estudio colaborativo

Para realizar el aprendizaje colaborativo, se repartieron roles o funciones a los estudiantes, un equipo está constituido por tres estudiantes, el primero

es llamado “el verificador”, su rol es tomar la ecuación de teoría de conjuntos y crear un equivalente básico en forma lógica. Todos y cada uno de los verificadores de diferentes equipos trabajan juntos para alcanzar esta meta.

El segundo integrante del equipo es llamado “el modelador”, su función es crear la tabla de verdad con todas las combinaciones posibles y sus soluciones. Nuevamente cada modelador de diferente equipo se reúne para encontrar la solución al problema.

El tercer y último miembro del equipo es llamado “el constructor”, su función es crear el diagrama lógico de la tabla de verdad para tener un diagrama correspondiente pero en compuertas lógicas TTL ayudado de los constructores de los otros equipos.

La figura 8 tiene ésta distribución de los estudiantes propuesta donde se tiene un equipo integrado por el “verificador”, el “modelador” y el “constructor” y como ellos van a interactuar con los otros miembros de diferentes equipos.

Figura 5: Representación de la intersección de conjuntos y su complemento en compuertas lógicas

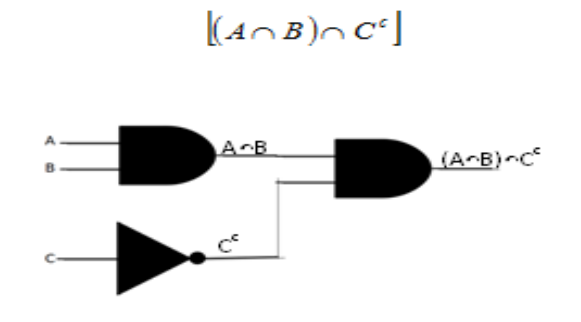


Figura 6. Tabla de verdad y diagrama de compuertas lógicas con la solución del caso en estudio. A, B y C son conjuntos o personas, X es el resultado final obtenido.

Truth Table OR			
A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

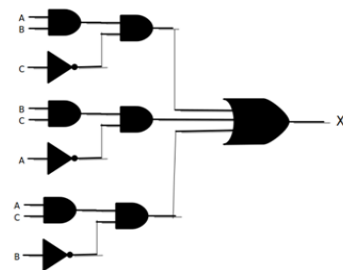


Figura 7: Diseño final del circuito

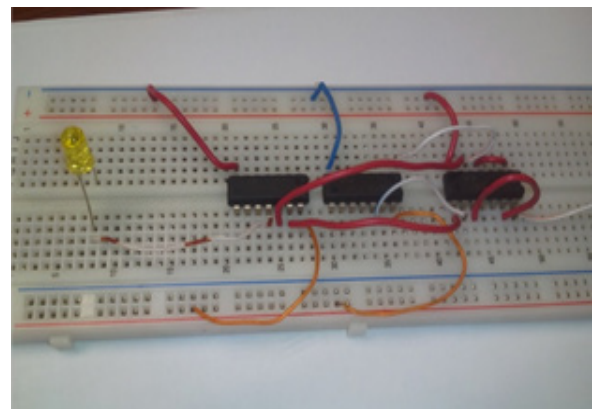


Figura 8: Equipos en el aprendizaje colaborativo. Un equipo está constituido por el VERIFICADOR, el MODELADOR y el CONSTRUCTOR



Por último, se separan todos los verificadores, modeladores y constructores para reconstruir su propio equipo de tres integrantes llevando toda la información que previamente se discutió con el resto del grupo. Cada equipo se encarga de acoplar su información y construir en un protoboard el circuito y se encargará junto con el profesor de probar todas las combinaciones obtenidas en la tabla de verdad para verificar los resultados.

La experiencia obtenida por los estudiantes se presenta en la tabla 1. Antes del aprendizaje colaborativo la mayoría de los estudiantes no comprendían los problemas de teoría de conjuntos (92%), después de este aprendizaje el 90% pudo entender mejor éstos conceptos.

Tabla 1

Respuesta de los estudiantes a preguntas sobre el aprendizaje colaborativo

Tópico	De acuerdo	Indeciso	Desacuerdo
Entendí los problemas de teoría de conjuntos antes de éste estudio	8%	0%	92%

Entendí los problemas de teoría de conjuntos después de éste estudio	90%	6%	4%
El método colaborativo y la interacción con otros estudiantes facilitó mi aprendizaje.	87%	13%	0%
Me gusta la teoría de conjuntos antes del estudio colaborativo.	21%	0%	79%
Me gusta la teoría de conjuntos después del estudio colaborativo.	94%	1%	5%

La percepción de los estudiantes cuando interactuaron con integrantes de otros equipos ayudó a resolver el problema estudiado de teoría de conjuntos (87%).

Finalmente, este nuevo método para aprender teoría de conjuntos desde un punto de vista de circuitos de lógica digital gustó mucho a los estudiantes, les gustó la función que les asignó el maestro (verificador, modelador y constructor) y las interacciones con los otros integrantes de los otros equipos. La mayoría de los estudiantes pensaron que la teoría de conjuntos es muy interesante y muy importante y deja de ser aburrida desde el punto de vista colaborativo.

4. CONCLUSIÓN

Creamos un nuevo método para enseñar teoría de circuitos para ingenieros. El método está basado en la teoría de circuitos, la teoría de conjuntos y la lógica digital. Es una nueva técnica y está basada en la educación colaborativa. Permite a cada uno de los equipos tener un rol y un aprendizaje de trabajo colaborativo. Como un ladrillo o una pequeña pieza dentro de una sociedad, cada estudiante tiene una función principal y es motivada para querer adquirir un mejor conocimiento de la teoría de conjuntos sin la complejidad matemática.

La percepción del estudiante acerca de la teoría de conjuntos fue indiferente previo a estos estudios. Después de participar en el desarrollo de esta investigación los estudiantes estuvieron más interesados en conocer acerca de ésta área de las matemáticas.

5. AGRADECIMIENTOS

Gracias a los estudiantes de la Ingeniería en Biotecnología y de la Ingeniería en Sistemas Computacionales de la Universidad Politécnica Metropolitana de Puebla y a los alumnos del Instituto Tecnológico Superior de Atlixco y del colegio Intercanadiense por participar en éstos estudios.

REFERENCIAS

1. Johnson D. W., Cooperative learning, Book Learner-Centered Institution, pp. 4-16, 1998.
2. Johnson P. A., Problem based, cooperative learning in the engineering classroom, Journal of Professional Issues on Engineering Education and Practice, pp. 8-11, 1999.
3. Scott N., et al. Engineering education is problem based or project based learning the answer?, Australasian Journal of Engineering Education, pp. 2-16, 2003.
4. Jesiek B., Beddoes K., Borrego M., Advancing Global Capacity for Engineering Education Research (AGCEER): Relating Research to practice, policy and industry, Journal of Engineering Education, pp. 107-119, 2010.
5. Reeves T., Laffey J., Design, assessment, and evaluation of a problem-based learning environment in undergraduate engineering, Higher Education Research and Development Journal, pp. 219-232, 1999.
6. Lima R., et al. A case study project led education in engineering: students' and teachers' perceptions, European Journal of Engineering Education, pp. 337-347, 2007.
7. Woods D.R., Issues in implementation in an otherwise conventional programme. Kogan London. 1997.
8. Woods D.R., Developing problem solving skills: The McMaster problem solving program, Journal of Engineering Education, pp. 75-91, 1997.
9. Woods D.R., The future of engineering education III. Developing critical skills, Chemical Engineering Education, pp. 108-117, 2000.
10. Susanna S., Discrete Mathematics and its applications. Mc Graw-Hill Science. 2011.
11. Stoll R. R., Set theory and logic. Dover books on mathematics, 1979.
12. Suppes P., Axiomatic set theory. Dover books on mathematics, 1972.

SEMBLANZA



Jorge Jaime Juárez Lucero es investigador en la Universidad Politécnica Metropolitana de Puebla. Él estudió su licenciatura en Ciencias Computacionales y Biología en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Tiene una Maestría en Optoelectrónica por la misma universidad. Realizó sus estudios doctorales en Biomedicina en la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Realiza investigación multidisciplinaria entre las ciencias computacionales y la biomedicina.



María del Rayo Guevara Villa es investigadora de la Universidad Politécnica Metropolitana de Puebla. Realizó su licenciatura Químico Farmaco Biología en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Realizó su maestría en Tecnología y control de medicamentos en la Universidad de la Habana, Cuba. Obtuvo su doctorado en Físico Química en la BUAP trabajando en adsorción y degradación de compuestos azo por bioadsorbentes.



Julieta Santander Castillo tiene la maestría en Sistemas Computacionales por la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla y su licenciatura en Informática por el Instituto Tecnológico de Puebla. Ella trabaja como profesor asociado B en el Instituto Tecnológico Superior de Atlixco, su grupo investiga "agentes inteligentes" y "desarrollo de software".



Yuridia Ramírez Chocolatl es egresada de la Maestría en Sistemas Computacionales de la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla y su ingeniería en Sistemas Computacionales por el Instituto Tecnológico Superior de Atlixco. Ella trabaja como profesor asociado A en el Instituto Tecnológico Superior de Atlixco, su grupo investiga en "agentes inteligentes" y "desarrollo de software".



Víctor Manuel Castañeda Téllez ingeniero de soporte en el Colegio Intercanadiense de Puebla A. C. Él estudió su licenciatura en Electrónica y Comunicaciones en la Universidad de las Américas Puebla. Trabajó para la C.F.E. en la central nucleoelectrónica de Laguna Verde. Trabajó como contrator e instructor para la Comisión Federal de Electricidad en la zona este y oeste. Actualmente realiza aplicaciones de Lego Mindstorm para la educación de los niños.