

La importancia de la variación en el concepto de función: un caso de exploración mediante el uso de tecnología

Magally Martínez Reyes^{ID}, Anabelem Soberanes Martín^{ID}, Juan Manuel Sánchez^{ID}
Sotommreyes@hotmail.com; asoberanesm@uaemex.mx; sotojmss@yahoo.com.mx
Universidad Autónoma del Estado de México
Centro Universitario Valle de Chalco

PALABRAS CLAVE:

Función Real, Modelación, Variación,
Entorno virtual, Tecnología Educativa.

RESUMEN

Este estudio presenta una propuesta para introducir el concepto de función real en el nivel superior, mediante un Escenario Didáctico Interactivo Computacional (EDIC) diseñado bajo un marco didáctico y una tecnología digital específicos. Para introducir el concepto de función se enfatiza el proceso de variación y la importancia de conceptos asociados como: raíces, dominio, y rango. En la literatura se menciona el grado de dificultad en la enseñanza y aprendizaje del concepto de función y la falta de habilidad del estudiante para realizar procesos de modelación de fenómenos que involucran a las funciones reales; por ello, para facilitar la comprensión de este concepto se busca promover en los estudiantes un pensamiento funcional a través de actividades didácticas mediante un problema que simula una situación real hasta llegar a la modelación y la expresión algebraica de la función, se explora una solución usando los diferentes registros de representación de un concepto matemático, y se reflexiona sobre los resultados que dan sentido al problema real. La experiencia se realiza con un grupo de 45 alumnos de la carrera de Ingeniería en Computación del Centro Universitario UAEM Valle de Chalco, analizando el grado de aceptación en un 80% de los EDIC, el nivel de cambio conceptual respecto al concepto de función con resultados favorables en un 70% y su uso en contextos para modelar situaciones reales de un 50%.

KEYWORDS:

Real function, Modeling, Variation,
Virtual Environment, Educational
Technology.

ABSTRACT

This study presents a proposal to introduce the concept of real function at the higher level, through an Interactive Computer Teaching Scenario (EDIC) designed under a didactic framework and a specific digital technology. To introduce the concept of function emphasizes the process of variation and the importance of associated concepts such as: roots, domain, and rank. The literature mentions the degree of difficulty in teaching and learning the concept of function and the student's lack of ability to perform processes of modeling phenomena that involve real functions; Therefore, in order to facilitate the understanding of this concept, it is sought to promote in the students a functional thinking through didactic activities through a problem that simulates a real situation until arriving at the modeling and the algebraic expression of the function, a solution is explored using the different registers representing a mathematical concept, and reflect on the results that give meaning to the real problem. The experience is carried out with a group of 45 students from the Computer Engineering career at the Centro Universitario UAEM Valle de Chalco, analyzing the degree of acceptance of the EDIC, the level of conceptual change regarding the concept of function and its use in contexts for model real situations.

Recibido: 5 de agosto del 2017 • Aceptado: 25 de marzo del 2018 • Publicado en línea: 28 de agosto del 2018

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los primeros cursos que marca el plan de estudios de diversas carreras universitarias, en particular de Ingeniería en Computación, es el de cálculo diferencial e integral, aunque varía muy poco el contenido entre las diferentes instituciones, se coincide en que el objetivo de este curso es que: el estudiante utilizará los conceptos básicos del cálculo para funciones en una variable, en la solución de problemas de la geometría y en la modelación de fenómenos de las ciencias básicas y de la ingeniería. De manera que poseer deficiencias en este concepto deteriora la comprensión de otros conceptos propios del curso de cálculo y al ser función una relación matemática que permite modelar fenómenos reales de las diversas ciencias naturales y sociales, se obstaculiza una mejor comprensión de los hechos que estudian diversas ciencias.

Aún más, se considera que para poder interactuar en el mundo actual y poder desarrollarse en cualquiera de las diversas disciplinas, naturales y sociales, se requiere de un pensamiento funcional [1]. Es importante recalcar que por pensamiento funcional no se refiere a la repetición verbal de la definición de función, como se encuentra establecida por diversos libros de texto; sino como la actividad cognitiva, una etapa del desarrollo del pensamiento matemático, que permite establecer relaciones de dependencia funcional, más allá de las relaciones aritméticas y algebraicas, que pueden ser aplicadas a diversos contextos.

Ante ello, la definición de función que se presenta en diversos libros de Análisis Matemático o Cálculo, compleja y sofisticada por la amplitud que desea obtener, resulta complicada de entender [2] [3] [4] por lo que para efectos de un primer curso de cálculo se puede partir de una definición más sencilla referente a una relación funcional entre dos números reales bajo un contexto de necesidad [5] citado por [6]. Como señalan [7] [8] [5] las razones por las cuales los estudiantes tienen dificultades con el concepto de función, parecen centrarse en su complejidad y generalidad, ya que presenta diversas facetas y contiene una multiplicidad de representaciones.

Un análisis epistemológico del concepto de función permite dimensionar el grado de dificultad en su enseñanza y aprendizaje [9] [5]. La exploración histórica del concepto de función muestra que este concepto evolucionó a través de distintas etapas y por lo tanto encontramos diferentes definiciones de función;

además, una revisión de los libros de textos de cálculo a través del tiempo muestra distintas versiones de la definición de función que coinciden con las definiciones de función dadas en las etapas históricas [4]. Por otro lado, varios investigadores reportan que algunas de las dificultades que experimentan los estudiantes con el concepto de función se parecen a las ideas que tenían los matemáticos del siglo XVIII sobre el concepto de función [10] [11] [12] [13], lo que representa obstáculos de aprendizaje ligados al desarrollo histórico [14]. Estos acercamientos permiten obtener algunas ideas pedagógicas sobre el pensamiento funcional que serán de utilidad en el diseño de actividades didácticas y diferenciar el desarrollo del pensamiento matemático desde el punto de vista cognitivo.

Los diferentes estudios para determinar los obstáculos que los alumnos presentan al momento de estudiar las funciones en los diferentes niveles educativos se clasifican en aquellas que inician desde un periodo clásico que abarca los años 70, su desarrollo entre los 80 y 90 con la introducción de tecnología como apoyo, hasta llegar al siglo XX y continúan año con año, lo que resulta una muestra de la importancia de su estudio y la complejidad de solución [14], expresarlos sería muy amplio por lo que solo es posible esquematizar algunas recomendaciones:

- Debemos de buscar que el estudiante se interese en la explicación de los cambios y encontrar regularidades entre los mismos;
- Proporcionar un amplio espectro de formas de presentar las funciones, de hablar sobre las funciones y representarlas;
- Los estudiantes deben de ser capaces de decir no sólo qué cambia, sino también cómo cambia;
- Se deben utilizar los métodos de interpolación para el uso y construcción de tablas numéricas, ya que estas proporcionan contextos matemáticos dentro de los cuales se obtienen niveles más profundos de la noción de función, entre otras. De manera que los materiales didácticos deben contemplar este proceso.

2. DESARROLLO

Ante la inserción de las tecnologías en la educación, es posible incorporar actividades didácticas para desarrollar el pensamiento funcional enfatizando la propiedad de variación, mediante simulaciones de fenómenos

naturales o reales, en donde elementos como dominio, variable y rango resulten por demás evidentes para el estudiante. El experimento contempla trabajar con el Escenario Didáctico Interactivo Computacional (EDIC) Globo para explorar los conceptos de variable, dominio, rango y relación funcional en 45 alumnos de nuevo ingreso de la carrera de Ingeniería en Computación (ICO) del Centro Universitario UAEM Valle de Chalco, que cursan la materia de Cálculo Diferencial e Integral en el semestre 2016B (agosto 2016-enero 2017). El grupo de primer año está constituido por personas provenientes de diversas opciones de bachillerato (técnico y general de la zona), donde sólo el 30% tomó un curso de cálculo previamente. En entrevistas realizadas, detectamos que el grupo es heterogéneo, ya que se encontraban alumnos que han llevado un estudio continuo desde secundaria, y otros que han dejado de estudiar cierto tiempo y retoman su preparación profesional; asimismo algunos alumnos que trabajan y estudian, mientras que otro sector corresponde sólo a estudiantes de tiempo completo.

El EDIC Globo consta de: applet, cuestionario y ejercicios. La elaboración de este material digital correspondió a la experiencia del grupo de investigación del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav, para dar respuesta a la necesidad de explorar el pensamiento funcional; en su diseño se incorporan los elementos derivados de la exploración epistemológica e histórica y diversos obstáculos respecto a la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función real. Para introducir el concepto de función el escenario proporciona un acercamiento con la modelación de una situación real, el manejo de un Globo inflable (figura 1) dentro de un recipiente cilindro, que debe inflarse y desinflarse, mientras que en el cilindro se puede introducir agua hasta la altura deseada, la interacción del globo con el cilindro lleno de agua se da bajo cuatro situaciones:

1) El globo totalmente desinflado al fondo del recipiente, se introduce agua hasta una medida fija, luego se procede a inflar y desinflar el globo, se pregunta al estudiante sobre variación: ¿Varía el radio o el volumen del recipiente?, ¿varía el radio o el volumen del globo?, ¿varía el nivel (altura) del agua?, ¿varía el volumen inicial del agua?, ¿hay algún otro elemento que varíe? Luego se le solicitan datos sobre el rango: ¿hasta dónde puede crecer o disminuir el radio del globo?, ¿hasta qué altura inicial se puede llenar el recipiente de agua?, entre otras. Se refuerza la actividad preguntando lo que está

fijo. Luego se trata de establecer una relación entre las variables utilizando una tabla que contempla: radio del globo, altura del agua, volumen sumergido del globo, volumen inicial del agua, volumen total bajo la superficie del agua y radio del recipiente. Finalmente, se busca que el alumno delimite los conceptos de variable, parámetro, ecuación y función. Como se observa es muy importante el concepto de variación en esta fase.

2) El globo totalmente desinflado al fondo del recipiente, se introduce agua hasta una medida fija, luego se procede a inflar hasta que la superficie del agua sea tangente al globo. Para ello se denomina x al radio del globo esférico, h altura del agua, y se reflexiona con el alumno la manera de llegar a relacionar el volumen del globo sumergido como la suma del volumen inicial del agua más el volumen del globo esférico, lo que lleva a una expresión algebraica $\frac{4}{3}x^3 - 50x + 75$; es decir, la ecuación que modela el problema del globo es de tercer grado y por lo tanto tiene tres soluciones. Lo que lleva a recordar la manera de resolver ecuaciones de este tipo y distinguir entre ecuación y función. Lo que remite al tratamiento algebraico tradicional de la función.

Globo

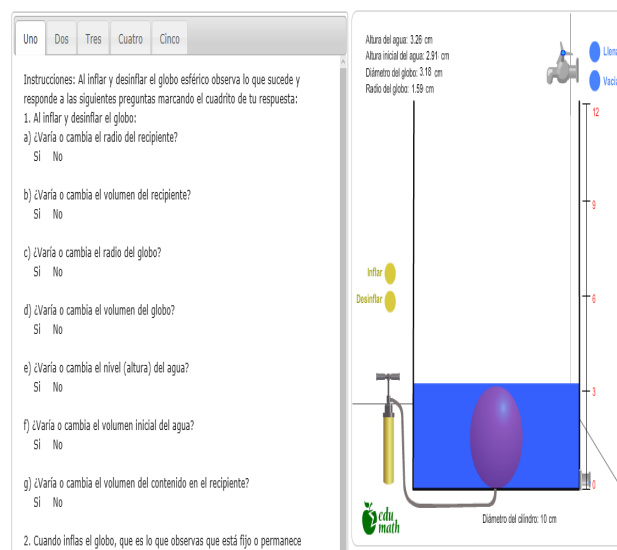


Figura 1. EDIC Globo.

3) El globo totalmente desinflado al fondo del recipiente, el radio del recipiente fijo y se introduce agua hasta una medida fija, luego se procede a inflar hasta que la superficie del agua sea tangente al globo, ver figura 2, se retoma la ecuación general $\frac{4}{3}x^3 - 2R^2 + R^2h_0 = 0$, se procede a establecer la función y encontrar sus raíces,

mediante los diferentes registros de representación (gráfico, algebraico y tabular), se asocian procesos directos e inversos: dada una función calcula sus raíces y viceversa, dadas las raíces determinar la expresión algebraica de la función. Finalmente, al obtener las soluciones se reflexiona sobre la importancia de los conceptos de dominio y rango para encontrar la solución al problema del globo, ya que aunque se obtienen tres raíces o soluciones al problema, sólo una tiene sentido para la situación real presentada.

4) El globo inflado de inicio, el radio del recipiente fijo y se introduce agua hasta que ambos sean tangentes. Donde se establece una relación funcional y los estudiantes continúan con el manejo de tablas, evaluaciones numéricas de la función y su gráfica; exploran los conceptos de dominio, rango, raíces y aplican lo trabajado en la situación del globo anterior.

Así finalmente, el concepto de función estudiado por el alumno va más allá de su definición algebraica convencional y como se viene estudiando en los libros de texto tradicionales. El EDIC Globo se aplica en un tiempo estimado en cada actividad de 30 minutos en promedio, está elaborado en los lenguajes de programación Java y Flash, y se encuentra en un servidor local para su uso y seguimiento (<http://mattec.matedu.cinvestav.mx/univermath/escenarios.didacticos/globo>).

Globo

Uno Dos Tres Cuatro Cinco

A) Instrucciones: Determinar el radio x del globo inflable, de manera tal que éste sea tangente a la superficie del agua.
 Considera que la ecuación que modela el problema es:
 Si en el recipiente cilíndrico se tiene una altura inicial de agua de $h_0=4$ cm y un radio de $R=5$ cm
 ¿Cómo queda la ecuación que modela esta situación en particular?

Con la ayuda de CalcVisual resuelve esta ecuación. Es decir, encuentra las raíces reales del polinomio.

¿Cuántas raíces reales tiene este polinomio? ____ Escribe la(s): ____ y ____
 ¿Cuántas raíces tienen sentido para tu problema? ____ Anótala(s): ____ y ____
 Si existe alguna raíz que no tenga sentido ¿qué sucede con ella?

¿Para qué valor o valores del radio del globo, éste es tangente a la superficie del agua?

B) Instrucciones: Análogo al ejercicio anterior, resuelve el mismo problema del globo inflable, pero ahora considera que la altura inicial de agua, en el recipiente cilíndrico, es de $h_0=5$ cm.
 ¿Cómo queda la ecuación que modela esta situación en particular?

Altura del agua: 3.88 cm
 Altura inicial del agua: 3.52 cm
 Diámetro del globo: 3.78 cm
 Radio del globo: 1.89 cm

Inflar
 Desinflar

Vaciar

Diámetro del cilindro: 10 cm

Figura 2. EDIC Globo, actividad 2 y 3.

3. RESULTADOS

De los 45 alumnos del grupo de ICO, solo 34 permanecieron de manera constante en la actividad. Para la primera situación, el 80% identifica correctamente los elementos que varían y los que permanecen constantes, incluso algunos hablan de la presión del aire o del diámetro del globo como otras variables que se pueden considerar. Al interactuar con el EDIC les es claro determinar el rango para el radio del globo y la altura del agua en el recipiente, incluso identifican que existe la posibilidad de que el globo alcance la superficie del agua dos veces para alguna altura inicial de agua específica. La última sección de la primera actividad solicita llenar una tabla donde se relacionan diversas variables, colocando una altura inicial del agua de 3 cm, lo cual realizan en un 85% sin problema. Es importante resaltar que en esta etapa se están identificando variables dependientes e independientes, parámetros, los conceptos de variación y relación, auxiliados por los registros de representación aritmético y gráfico (applet).

Se pide al alumno que establezca una primera aproximación a la función en términos algebraicos que puede representar el comportamiento del globo, para ello, se deben recordar algunos elementos: las ecuaciones del volumen de una esfera y de un cilindro, la relación entre el volumen final del globo sumergido como la suma del volumen inicial del agua más el volumen del globo esférico. En esta fase es indispensable la ayuda del profesor, ya que uno de los principales problemas documentados es el paso del lenguaje común al lenguaje matemático; es decir, el alumno puede platicar con palabras y establecer la relación, pero es incapaz de plasmarlo en una ecuación.

Los cuestionarios sobre actividades con el globo se aplicaron a grupos generalmente compuestos de dos estudiantes, con la intención de que puedan compartir sus inquietudes. Las investigaciones presentadas muestran que en la fase exploratoria los tratamientos que suponen cierta habilidad en el manejo de variables pueden constituir un obstáculo en estudiantes de recién ingreso al nivel superior, por ello las actividades están graduadas y se establece el momento en que el apoyo del profesor es necesario.

Para la segunda situación se considera con el globo desinflado introducir agua hasta una medida establecida, luego se procede a inflar hasta que la superficie del agua sea tangente al globo. Aquí inicia el nombrar a las variables, se denomina x al radio del

globo esférico, h altura del agua, y se reflexiona con el alumno la manera de llegar a relacionar los volúmenes, como son constantes el radio R del cilindro y la altura h del agua, se llega a la expresión algebraica $\frac{4}{3}x^3 - 50x + 75$. Pero se enfatiza que si se tomaran otros valores de R y h se llegaría a una ecuación semejante, por lo que al final se obtiene la ecuación general $\frac{4}{3}x^3 - 2R^2 \cdot R^2 h_0 = 0$. Con ello se llega a la etapa del pensamiento algebraico, que considera el manejo de símbolos, la resolución de ecuaciones y el manejo de expresiones que incluyen variables y parámetros. Entonces entre las actividades se considera variar el valor de R y h para reforzar el razonamiento lógico. La ecuación modela el problema del globo, por lo que el paso siguiente consiste en resolver la ecuación de tercer grado, obteniendo tres soluciones; por lo que se requiere recordar la manera de resolver ecuaciones de este tipo y distinguir entre ecuación y función.

Para la tercera situación se busca trabajar con varios polinomios de diferente grado para determinar sus raíces, con ello no solo se refuerza la distinción entre ecuación y función, sino que se revisan las técnicas para polinomios de primer a tercer grado, se observan las dificultades de factorización en grados de polinomios mayores a 5, e incluso se hace uso de herramientas computacionales (Derive y CalcVisual) como auxiliares en el cálculo de raíces. Luego, se regresa a la reflexión del problema del globo, se procede a establecer la función y encontrar sus raíces, mediante los diferentes registros de representación (gráfico, algebraico y tabular). Finalmente, al obtener las soluciones se reflexiona sobre la importancia de los conceptos de dominio y rango para encontrar la solución al problema. Todo este proceso requiere el apoyo del profesor en un primer momento, posterior a ello los alumnos son capaces de resolver ejemplos siguiendo algún método.

Con el apoyo adecuado y la retroalimentación grupal solo dos alumnos no llegaron a establecer los resultados correctos. Solo cuando se da este último proceso se entra al pensamiento funcional, ya que permite establecer relaciones de dependencia funcional, más allá de las relaciones aritméticas y algebraicas que pueden ser aplicadas a diversos contextos. Esto se refuerza con ejercicios en la cuarta actividad, donde se asocian procesos directos e inversos: dada una función calcular sus raíces y viceversa, dadas las raíces determinar la expresión algebraica de la función, obtener diversos polinomios que coinciden en ciertas raíces, escribir polinomios sin raíces reales de segundo y tercer grado, y a partir de la gráfica determinar las raíces. Por tradición,

estos últimos procesos no se abordan en los cursos de cálculo ni en la mayoría de los libros de texto, por lo que resulta difícil para el alumno al inicio comprenderlo, pero una vez que reflexiona las propiedades puede realizar los ejercicios sin problema. El 80% de los estudiantes logró resolver los ejercicios, después de este proceso.

Como se estableció en las recomendaciones, se hace necesaria la familiarización del estudiante con diversos tipos de representación del concepto sin distorsionar algún tipo de representación de las funciones reales de variable real. Es por ello que en la última actividad se parte de una imagen gráfica y se solicita al estudiante indicar cuantas y cuáles raíces tiene dicho polinomio, luego se solicita que de una lista de funciones de cuarto a sexto grado se identifique los que tienen esas raíces reales o se proponga alguno, este último paso es interesante de analizar, ya que a pesar de la retroalimentación del profesor y del apoyo entre pares, el 50% de los alumnos no la contestan.

Los resultados más significativos son los que corresponden a preguntas en las que aparecen variables, se establece su rango de valores y se relaciona las variables. De ahí que las preguntas de las categorías del pensamiento aritmético fueran mayoritarias en aciertos. Mientras que pasar al pensamiento algebraico requirió de apoyo del profesor y de los mismos compañeros para establecer la relación funcional que describe el problema del globo y su solución, donde incluso se observa un porcentaje del 70% de aciertos, finalmente para llegar al pensamiento funcional se requiere operar el concepto desde diversos registros, para llegar a una aproximación conceptual del mismo, lo que llevó a un grado de acierto semejante pero con algunas preguntas que ya se mencionaron por resaltar la omisión o dificultad que representa para el 50% de la población en estudio.

4. CONCLUSIONES

El concepto de función permite modelar fenómenos físicos, químicos, socioeconómicos, biológicos, entre otros, por lo que iniciar la exploración del concepto partiendo de un problema de la realidad y no de la definición formal que muestran los libros de texto, resulta motivante para el estudiante universitario. Además, partiendo de que el concepto de función en un concepto matemático complejo, que como señalan [2] [5], ha tardado años en evolucionar y aún más, continua en evolución; es conveniente que este concepto se introdujera por etapas, en donde las propiedades de la misma fueran naciendo por necesidad, como se observa

en el diseño de las actividades del EDIC Globo que va aumentando su complejidad por etapas y lleva un proceso cognitivo implícito en cada actividad.

Otra recomendación que retomamos fue que antes de enunciar cualquier definición general y formal, se introdujera la función real como una regla que asocia un número real con otro de manera única e ilustrar los ejemplos de la misma con problemas del mundo real, como fue el caso de la primera actividad del EDIC Globo. De esta manera, el dominio y el rango tendrían que ser explícitos y el alumno sería advertido de que para definir una función no es suficiente con enunciar la regla de correspondencia, es necesario especificar su dominio y su rango. Cuando se le pide al alumno la solución al problema del globo, es claro para él que sólo una solución es viable por las condiciones del problema, reflexionando así sobre la importancia de establecer el dominio y el rango como elementos de la función; además las actividades posteriores refuerzan estos conceptos.

Otra recomendación fue el utilizar cualquier software que permita hacer del objeto función un objeto experimental; en donde, por ejemplo, al evaluar el alumno pueda visualizar este proceso de evaluación, en los diversos registros de representación semiótica que le son propios a los objetos matemáticos, como el aritmético (tabulación), el gráfico (plano cartesiano), el algebraico (la regla de correspondencia) y el figural o real (escenario de donde surge la función). En el caso del EDIC Globo, algunos registros ya se encuentran incluidos; sin embargo, resulta importante auxiliarse de Derive y CalcVisual para evidenciar el trabajo en cada registro, la relación entre ellos y la manera en que se estudia la función en los diversos registros de representación.

Respecto a la agrupación de las preguntas propuestas en las actividades, un bloque corresponde al pensamiento aritmético, que comprende el conocimiento de los números y operaciones aritméticas, incluyendo números enteros y racionales. Llama la atención que al inicio los alumnos tienen problemas incluso para ir sustituyendo valores para obtener otros, pero el EDIC Globo permite en esta parte que entiendan el proceso de variación para posteriormente realizar un tratamiento aritmético de las variables. Posteriormente, a partir de establecer relaciones entre variables, meramente multiplicativas y de proporciones, permiten que el razonamiento lógico lleve a establecer una relación entre variables dependientes e independientes más clara. En el pensamiento algebraico es evidente el manejo de expresiones que incluyen variables y parámetros, lo que

lleva a establecer la relación algebraica entre las mismas y por lo tanto la ecuación, su resolución y la distinción entre función y ecuación. Finalmente, el pensamiento funcional se desarrolla al trabajar sobre el objeto función en los diferentes registros de representación, en procesos directos e inversos para acercarse al comportamiento y operación de funciones.

El grado de aceptación de los estudiantes para trabajar con el EDIC Globo es alto, se llega a una comprensión del concepto de función mediante las actividades didácticas, al menos el 80% de los estudiantes logra interpretar el concepto en los tres registros de representación y llegar a una solución que tiene sentido en el problema real. De esta experiencia se deriva que es posible incorporar EDIC para otros conceptos importantes en el curso de cálculo de primer año en Ingeniería en Computación.

REFERENCIAS

- [1] Pluinage, F. y Cuevas, A. Un acercamiento didáctico a la noción de función. En Eugenio Filloy (ed.). *Matemática Educativa, treinta años: Una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*. México: Santillana, 2006, 141-167.
- [2] Kleiner, I. Evolution of the function concept: A brief survey. *The College Mathematics Journal*. 1989, 20(4), 282-300.
- [3] Mesa, Y.M. y Villa, O.J. Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. Fundación Universitaria Católica del Norte, 2007.
- [4] Mesa, V. Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematic*. 2004, 56, 255-286.
- [5] Luzín, N. N. Función. *La Gacete de la RSME*. 2003, 6(2), 204-224.
- [6] Ferreiros, J. Historia del concepto de función. *La Gacete de la RSME*. 2003, 6(21), 413-436.
- [7] Díaz Gómez J.L. Ideas pedagógicas a partir de su historia e investigaciones. *El Cálculo y su Enseñanza*. 2007, 4, 13-26.
- [8] Bloch, I. Teaching Functions in a Graphic Milieu: What forms of Knowledge enable Students to Conjecture and Prove? *Educational Studies in Mathematics*. 2003, 52(1), 3-28.
- [9] Kjeldsen, T.H. y Lützen J. Interaction between Mathematics and Physics: The History of the Concept of Function -Teaching with and About Nature of Mathematics. *Science & Education*. 2015, 24, 543-559.
- [10] Sierpiska, A. On Understanding the Notion of Function. *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. Mathematical Association of America. Notes Series. 1992, 25, 23-58.
- [11] Markovits, Z., Eylon, B. S., y Bruckheimer, M. Difficulties Students have with the Function Concept. En Coxford, A. F. y Shulte, A. P. (eds.). *The Ideas of Algebra*. Yearbook, 1988, 43-60. Reston, VA: NCTM.
- [12] Martínez, A. M. Knowledge and Development of Functions in a Technology-Enhanced High School Precalculus Class: A Case Study, Doctoral Dissertation. The Ohio State University, 1993.
- [13] Sfard, A. Transition from operational to structural conception: the notion of function revisited. *Proceedings of the Psychology of Mathematics Education*. 1989, 3, 151-158.
- [14] Cuevas, A. y Díaz J. La historia de la matemática un factor imprescindible en la elaboración de una propuesta didáctica. El caso del concepto de función. *El Cálculo y su Enseñanza*. 2014, 5, 165-179.

SEMBLANZA



Magally Martínez Reyes

Licenciada en Matemáticas por la Facultad de Ciencias de la UNAM, Maestra en Ciencias (Matemáticas) por el Instituto de Matemáticas de la UNAM y Doctora en Ciencias (Matemática Educativa) por CINVESTAV, IPN. Sus líneas de investigación son Matemáticas aplicadas y educativas, Desarrollo de Sistemas Tutoriales Inteligentes y Formación de Investigadores.

Actualmente es Profesora de Tiempo Completo de la Licenciatura de Ingeniería en Computación, de la Maestría y el Doctorado en Ciencias de la Computación en la Universidad Autónoma del Estado de México, Centro Universitario Valle de Chalco, institución donde ocupó cargos como coordinadora de carrera, coordinadora de investigación y posgrado y directora. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Nivel 1), cuenta con el Reconocimiento al Perfil Deseable Promep/Prodep de la SEP e integrante del Cuerpo Académico Consolidado de Cómputo Aplicado. Editora asociada de la revista El Cálculo y su Enseñanza; miembro del Consejo Académico de la Asociación Mexicana de Profesionales de la Edición A.C., evaluadora de becas al extranjero y de proyectos de investigación del Fondo de Innovación Tecnológica y del Programa de Estímulos a la Innovación, ambos del Conacyt; evaluadora de proyectos de investigación y material didáctico de la SIEA, UAEM.



Juan Manuel Sánchez Soto

Licenciatura en Químico Farmacéutico Biólogo de la UNAM, estudió una especialidad en Docencia en el UNITEC y la Maestría en Biotecnología en la UAM-I, fue Director de Investigación y Desarrollo de Grupo Bioalquim, posteriormente Director de Laboratorio de Centro Engels, Técnico Académico de Tiempo Completo de la Unidad Académica

Profesional Nezahualcóyotl. Ha participado como ponente en un gran número de congresos a nivel nacional e internacional. Autor de varios artículos arbitrados nacionales e internacionales, libros y capítulos de libros. Actualmente, Profesor de Tiempo Completo del Centro Universitario Valle de Chalco de la UAEM, donde ha sido Director de tesis de licenciatura y posgrado, así como responsable de proyectos de investigación en la Universidad Autónoma del Estado de México, Miembro del CA de Computo Aplicado que se encuentra en Consolidación y profesor con perfil deseable en la SEP. Las líneas de investigación que trabaja: Salud y Educación, relacionados con los sistemas computacionales. Secretario de INECEMS A.C. Asociación Certificada para evaluar el SNB en educación basada en competencias y Secretario de EDUSADEHUM A.C.



Anabelem Soberanes Martín

Licenciada en Sistemas de Computación Administrativa, por la Universidad del Valle de México. Maestra en Educación por la Universidad de las Américas, curso la Maestría en Ciencias de la Computación en el Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Doctora en

Ciencias de la Educación por el Colegio de Estudios de Posgrado de la Ciudad de México, cuenta con Reconocimiento a Perfil Deseable (PRODEP), miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI-I), Certificada como Coordinadora de Actividad a Distancia (San Diego Global Knowledge University), Certificada como Instructora de Cursos Presenciales (CONOCER), labora en el Centro Universitario UAEM Valle de Chalco de la Universidad Autónoma del Estado de México. Integrante del Cuerpo Académico de Cómputo Aplicado con grado de Consolidado, desempeñó cargos de coordinadora de licenciatura, subdirectora académica y líder de cuerpo académico, actualmente es profesora de tiempo completo, imparte docencia en las licenciaturas de Ingeniería en computación, Informática administrativa, en la maestría y doctorado en Ciencias de la Computación, además es coordinadora de la licenciatura en Informática Administrativa.