

Comportamiento Sinérgico En Hiperheurística de Selección para la Solución de los Problemas del Agente Viajero

Synergy behavior in hyper-heuristics of selection for the solution in the traveling salesman problem

Juan Adolfo Montesino Guerra¹ , Héctor José Puga Soberanes¹ , Marco Aurelio Sotelo Figueroa²
JuanMartín Carpio Valadez¹ , Manuel Ornelas Rodríguez¹ Jorge Alberto Soria Alcaraz²  y Raúl
Santiago Montero¹ 

adolfo.montesino@hotmail.com, pugahector@yahoo.com, masotelo@ugto.mx, jmcarpio61@hotmail.com, mornelas67@yahoo.com.mx, jorge.soria@ugto.mx, raul.santiago@itleon.edu.mx

¹Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de León, Departamento de Investigación y Estudios de Posgrado, León, Guanajuato, México.

²Universidad de Guanajuato, División de Ciencias Económico Administrativas, Departamento de Estudios Organizacionales, Guanajuato, Guanajuato, México

PALABRAS CLAVE:

Transformador térmico, Relación de flujo, control automático

RESUMEN

En este trabajo se muestra el comportamiento sinérgico que se produce en la implementación de una Hiperheurística de selección aplicada al problema del agente viajero (TSP, por sus siglas en inglés). Como órgano rector de la Hiperheurística se utilizó un Algoritmo Genético, y un conjunto de 5 heurísticas de bajo nivel. Para hacer las pruebas se utilizaron instancias de entrenamiento del estado del arte para TSP, y para el análisis de resultados, se hizo una comparación del mejor genotipo obtenido del entrenamiento de la combinación de las heurísticas, contra genotipos que contienen un solo tipo de heurística analizados desde un enfoque de optimización. En las pruebas estadísticas se utilizó como representante estadístico la mediana obtenida de dichos experimentos.

Se presentan la explicación del entrenamiento fuera de línea de la Hiperheurística y los resultados que muestran que la hiperheurística es capaz de mejorar los resultados de las heurísticas aplicadas individualmente.

KEYWORDS:

hyper-heuristic, TSP, optimization, fitness

ABSTRACT

In this paper the synergistic behavior that occurs in the implementation of a selection Hyper-heuristic applied to the traveling salesman problem (TSP, for its acronym) is shown. As administrator core of the Hyper-heuristic has been used a Genetic Algorithm, and a set of five low-level heuristics were used. For the testing phase were used training instances of the state of the art, and for the analysis of results, a comparison was made between the best training obtained genotype from the combination of heuristics, and against genotypes containing only one type of heuristic analyzed from an optimization approach. In statistical tests were used as statistical representative the median obtained from these experiments. Explanation of the offline training of Hyper-heuristic it's presented and the results show that the hyper-heuristic is able to improve the performance of the heuristics applied individually.

Recibido: 1 de julio de 2015 • Aceptado: 3 de febrero de 2016 • Publicado en línea: 7 de octubre de 2016

1 INTRODUCCIÓN

Una variedad de métodos han sido desarrollados para resolver problemas combinatorios del mundo real. Entre ellos las metaheurísticas, que con su aplicación y posterior solución de problemas reales de áreas de investigación como la economía, el comercio, la ingeniería, la industria o la medicina. Pero a pesar de que este enfoque ha presentado resultados alentadores sobre los procesos de búsqueda, se han visto faltos de impacto claro en la industria y ciencia [1]. Debido a que al implementar el enfoque metaheurístico, se debe de realizar la implementación a la medida del problema planteado, como parte de la aplicación de la técnica se debe adaptar a dicho problema, imposibilitando emplear el mismo algoritmo para otro problema de naturaleza distinta.

Actualmente se busca la generalidad de las técnicas y los algoritmos de solución para diversos problemas. Esto es, una técnica que pueda resolver varios problemas sin necesidad de modificarse. El enfoque hiperheurístico en su filosofía emplea un nivel de generalidad dado para operar independientemente de las barreras o restricciones que presenten diferentes problemas planteados. Las hiperheurísticas comprenden un conjunto de enfoques que están motivados (al menos en parte) por el objetivo de automatizar el diseño de métodos heurísticos para resolver problemas de búsqueda computacionales duros. Un desafío estratégico subyacente en la investigación es evaluar las metodologías de búsqueda. Se espera que estas metodologías permitirían abordar diferentes tipos de problemáticas sin necesidad de cambiarlas, gracias a su aprendizaje.

Las hiperheurísticas las podemos clasificar en dos enfoques principales, de selección y de generación, como se propone en [2]. Partiendo de esta división se analiza el enfoque de selección con aprendizaje fuera de línea en sus características primordiales, para con su entrenamiento presentar evidencias del principio de sinergia que subyace en su enfoque, donde una combinación de heurísticas de bajo nivel debe de ser capaz de superar en términos de rendimiento a cada una de las heurísticas de bajo nivel por separado. En este caso particular, se utilizaran instancias del conocido problema de índole combinatorio, el problema del agente viajero (TSP).

2. MARCO TEÓRICO

2.1 PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO

El Problema TSP, responde a la siguiente pregunta: Dada una lista de ciudades y las distancias entre cada par de ellas, ¿Cuál es la ruta más corta posible que visita cada ciudad exactamente una vez y regresa a la ciudad origen? Este es un problema NP-duro dentro en la optimización combinatoria, muy importante en la investigación de operaciones y en la ciencia de la computación [3] [4].

Formalmente la propuesta por Dantzig, Fulkerson y Johnson [5] es una de las más aceptadas por la comunidad académica y consiste en:

Dado un conjunto de n ciudades $V=\{1,2,3,\dots,n\}$, y un conjunto de arcos $A=\{(i,j)|i,j \in V\}$ uniendo cada una de las ciudades, donde A es el espacio de búsqueda. Si C_{ij} es la distancia para ir de la ciudad i a la ciudad j donde $(C_{ij}=C_{ji})$ en el caso simétrico y X_{ij} la variable de decisión del problema es:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{Si el arco } (i,j) \text{ es usado para hacer el tour} \\ 0, & \text{En caso contrario} \end{cases}$$

El modelo matemático asume la siguiente forma:

$$\text{Min } Z(x) = \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (1.2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A : i \in U, j \in (V-U)} x_{ij} = 1 \quad 2 \leq |U| \leq |V| - 2 \quad (1.4)$$

A Donde A es el espacio de búsqueda, C_{ij} es el peso de la arista o la distancia asociada a x_{ij} , la ecuación (1.1) corresponde al cálculo de la función objetivo. La restricción (1.2) indica que se puede llegar a cada ciudad desde una única ciudad anterior. La restricción (1.3) indica que desde la ciudad i se puede pasar a una única ciudad (de la ciudad i se puede salir por un único camino). La restricción (1.4) evita que se generen subtours.

2.2 HIPERHEURÍSTICA

El término hiperheurística fue utilizado por primera vez en 1997 [6] para describir un protocolo que combina varios métodos de inteligencia artificial en el contexto de la demostración automática de teoremas. El término

fue utilizado de forma independiente en el año 2000 [7] para describir 'heurística para elegir heurísticas' en el contexto de la optimización combinatoria. En este contexto una hiperheurística es un enfoque de alto nivel que, dado una determinada instancia de un problema y una serie de heurísticas de bajo nivel, puede seleccionar y aplicar una adecuada heurística de bajo nivel en cada punto de decisión [1, 8].

Las Hiperheurísticas están ampliamente relacionadas con la generación de conocimiento, ya sea para proponer una metodología de solución a partir de un conjunto de heurísticas o para proponer nuevas heurísticas adecuadas a un problema. Puede ser una (meta) heurística y puede operar sobre (meta) heurísticas.

En cierto sentido, una hiperheurística trabaja a un nivel más alto cuando se compara con una aplicación típica de Metaheurísticas para problemas de optimización, esto es, puede ser pensada como una (meta) heurística que opera sobre (meta) heurísticas de bajo nivel [1].

Un programa hiperheurístico permite el uso de varias heurísticas de bajo nivel en el mismo proceso de resolución de un problema [2]. Para ello, la hiperheurística debiera tener un núcleo administrador que puede ser una metaheurística, un conjunto de heurísticas, un conjunto de instancias del problema a resolver, y dependiendo de la clasificación de la hiperheurística a implementar un mecanismo de aprendizaje [9, 10]. Un método hiperheurístico de selección con aprendizaje fuera de línea recibe como parámetros [10, 11]:

Una propuesta de solución (metodología) completa del problema de la instancia a tratar.

Un conjunto de heurísticas de bajo nivel.

Una función de aptitud capaz de evaluar las soluciones (metodologías).

El Algoritmo 1, tomado de [12], muestra los pasos a seguir de la Hiperheurística básica.

Algoritmo 2	Genético Simple
Requiere:	Función Objetivo $F(x)$, $x = (x_1, \dots, x_n)^T$
1:	Generar una población Inicial
2:	Mientras $t < Max$ número de generaciones hacer
3:	Generar una nueva solución por la cruce y la muta
4:	Cruza
5:	Muta
7:	Seleccionar la mejor solución para la siguiente generación (<i>elitismo</i>)
8:	Fin del lazo
9:	Regresar La mejor solución de la población

2.4 CONJUNTO DE HEURÍSTICAS.

2.4.1 HEURÍSTICAS PARA TSP.

El conjunto de heurísticas usadas para crear una metodología de solución es parte fundamental del enfoque hiperheurístico en la búsqueda de una propuesta de solución. De un conjunto de 9 heurísticas, se tomaron las 5 heurísticas que presentaron un buen rendimiento en términos de la minimización de la distancia de una ruta dada resolviendo un conjunto de 36 instancias diferentes del TSP. Las heurísticas son:

2.4.1.1 HEURÍSTICA RANDOM INSERTION (TWORS)

Esta heurística permite el intercambio de posición de dos genes elegidos aleatoriamente [15]. Como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Heurística de bajo nivel: Twors.

2.4.1.2 HEURÍSTICA REVERSE SEQUENCE MUTATION (RSM)

En la heurística de RSM, tomamos una secuencia S limitada por dos posiciones i y j elegidos al azar, de tal manera que $i < j$. El orden de los genes en esta secuencia será invertido de i a j por el de j a i [15]. Como se muestra en la figura 2.

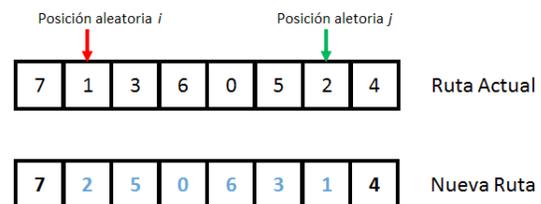


Figura 2. Heurística de bajo nivel: RSM.

2.4.1.3 HEURÍSTICA THORS

Tres genes son elegidos al azar e intercambiaran sus diferentes posiciones que no necesariamente necesitan ser sucesivos $i < j < l$. El gen de la posición i se convierte en el gen de la posición j y el que estaba en esta posición j tomará la posición l y el gen que tiene esta posición toma la posición i [15]. Como se muestra en la figura 3.

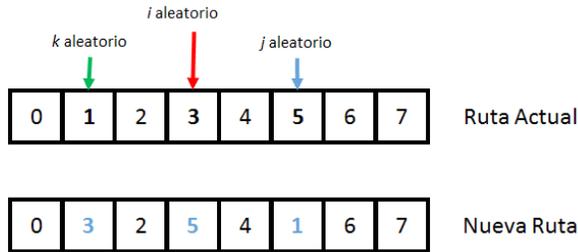


Figura 3. Heurística de bajo nivel: Thors.

2.4.1.4 HEURÍSTICA LÍMITE SUPERIOR: BÚSQUEDA LOCAL 3-OPT (K-OPT)

En la heurística de k-opt, para el caso $k=3$. Básicamente elimina dos bordes del grafo y vuelve a conectar los tres caminos creados [16]. Como se muestra en la figura 4.

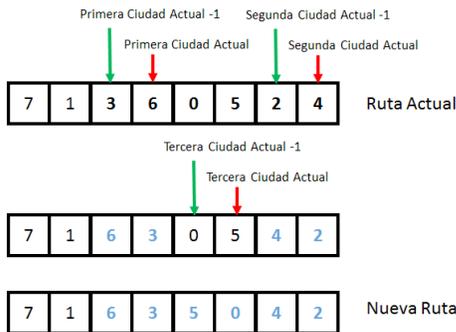


Figura 4. Heurística de bajo nivel: 3-opt.

2.4.1.5 HEURÍSTICA INSERCIÓN GEORREFERENCIADA (I.G.)

Para la heurística de Inserción Georreferenciada. Dado un índice de referencia para este algoritmo, se toma como referencia una ciudad anterior al índice de referencia y se busca cual es la ciudad más cercana a ella de la mitad del total de ciudades siguientes en esa ruta, y se desplazan las ciudades necesarias para que la ciudad más cercana a la ciudad anterior de la ciudad del índice de referencia

sea introducida. En caso de que el índice este situado en una posición mayor a la mitad del total de número de ciudades, se completa con las primeras ciudades del inicio de la ruta. [17]. Como se muestra en la figura 5.

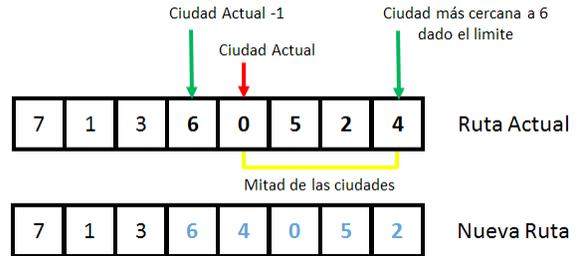


Figura 5. Heurística de bajo nivel: Inserción georreferenciada.

2.5 INSTANCIAS DE PRUEBA

Se utilizaron 36 instancias de TSP obtenidas de [18] para el entrenamiento de la Hiperheurística, ver la tabla 1. Las bases de datos simétricas son denotadas con 'S', y las asimétricas con 'A'.

Instancia TSP	Ciudades	Tipo	Instancia TSP	Ciudades	Tipo	Instancia TSP	Ciudades	Tipo
FTV33	34	A	BAV529	29	S	PR144	144	S
FTV35	36	A	BERUNG2	32	S	PR152	152	S
FTV35	36	A	CH130	130	S	RA179	99	S
FTV64	63	A	EIL51	51	S	RD100	100	S
KR04100	100	S	EIL76	76	S	ST70	70	S
KR08100	100	S	EIL101	101	S	UVS5522	22	S
KR0C100	100	S	FTV70	71	A	BR17	17	A
KR0D100	100	S	KR024P	100	A	PF53	53	A
P43	43	A	KR0E100	100	S	FT70	70	A
RY48P	48	A	UN025	102	S	FTV44	44	A
ATT48	48	S	PR76	76	S	FTV38	38	A
BAV529	29	S	PR107	107	S	FTV47	48	A

3. METODOLOGÍA

El principio de Sinergia consiste en que el efecto de la acción de dos o más causas es superior al efecto de las causas individuales. En este sentido se hace una propuesta de metodología Hiperheurística conformada con diferentes heurísticas, esperando que ésta muestre mejores resultados que las metodologías compuestas por una sola heurística.

Si $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_k\}$ representa el conjunto de problemas de entrenamiento, para un problema p_i se toma una instancia de ruta candidata R_i y se le aplica la metodología Hiperheurística propuesta HH obteniendo la ruta R_{iHH} . Se evalúa dicha solución con la función de aptitud correspondiente a la matriz de distancias del problema p_i obteniendo el valor de aptitud $fitR_{iHH}$. Por otra parte, para encontrar la heurística que mejor desempeño tiene en la misma instancia R_i , a ésta se le aplica cada una de las metodologías del conjunto de metodologías heurísticas H para obtener un conjunto de rutas $R_{iH} = \{R_{iH1}, R_{iH2}, \dots, R_{iHl}\}$ que contiene tantos elementos como número de heurísticas se tengan en el conjunto M y se calcula el conjunto de aptitudes de las rutas $fitR_{iH} = \{fitR_{iH1}, fitR_{iH2}, \dots, fitR_{iHl}\}$. Dado que el TSP es un problema de minimización, se obtiene el mínimo del conjunto $fitR_{iH}$ que denominamos $BestfitR_{iH} = \min_{iH} (fitR_{iH})$, este representa la menor distancia obtenida por el conjunto de metodologías H para la instancia R_i . Para comparar el rendimiento de la metodología Hiperheurística HH con respecto al conjunto de metodologías heurísticas H para la instancia R_i , se calcula $BestfitR_{iH} - fitR_{iHH}$. Este procedimiento se realiza para cada una de los problemas del conjunto P . Finalmente se calcula $f(P) = \sum_k k \cdot [BestfitR_{iH} - fitR_{iHH}]$ que muestra que para el conjunto de problemas de entrenamiento P , si $f(P) > 0$ significa que la metodología HH tiene un mejor desempeño que el conjunto de metodologías heurísticas $H = \{H_1, H_2, H_3, \dots, H_l\}$ para el conjunto de problemas P .

Como órgano rector para administrar una población de metodologías hiperheurística HH propuestas, se implementó un algoritmo genético (AG), el órgano rector debe buscar la maximización del valor resultante, usando como función de aptitud en cada metodología hiperheurística el procedimiento descrito arriba.

Para el entrenamiento se utilizó una longitud propuesta de $n=30$ para la metodología hiperheurística. Esta misma longitud de $n=30$ se usó para las metodologías heurísticas. Un total de 33 propuestas de metodología hiperheurísticas fueron la población inicial administrada por el AG. El criterio de paro fue por número de generaciones con un total de 500 generaciones, tomando al cromosoma que caracteriza al individuo con mejor aptitud dentro de la población, como una propuesta de metodología aceptable. En el AG se hizo uso de la selección por ruleta pesada [13], con 0.9 de probabilidad cruza a un punto [13], con 0.9

de probabilidad de muta k -opt con $k=3$ [19], que son las fases que conforman a dicho enfoque metaheurístico [13], además de elitismo del 0.1 de la población.

Para la etapa de prueba se realizaron 33 corridas independientes para poder aplicar la prueba estadística de Friedman [20], las corridas consisten en aplicar a una ruta instanciada de un problema seleccionado del conjunto de problemas P cada una de las metodologías heurísticas así como la metodología hiperheurística, tomando el mejor y el peor resultado, la media, la mediana y la desviación estándar de ese conjunto de ejecuciones. Esto se hizo para cada una de las 36 instancias del conjunto de problemas P .

La representación usada para las rutas candidatas R para aplicar las metodologías fueron, para TSP un vector con números enteros representando el orden de sucesión de ciudades visitadas, estando doblemente enlazado para representar el ciclo hamiltoniano. Codificado como un arreglo de números enteros representando el sucesor y predecesor de cada ciudad.

Codificación de una ruta R : (3,5,2,9,7,6,8,4,1)

4. RESULTADOS

La Figura 6 muestra la frecuencia de veces que aparece cada heurística dentro de la metodología hiperheurística que presentó el mejor rendimiento resolviendo el conjunto de instancias del TSP.

En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos de recuperar el mejor, el peor, la desviación estándar, la mediana y la media de 33 ejecuciones para cada instancia del conjunto de problemas, para la metodología hiperheurística (HH) y para cada una de las cinco heurísticas por separado. Además del óptimo conocido para cada instancia de prueba [18].

Tabla 2. Comparación de resultados resolviendo TSP

Instancia TSP		RSM	Utopia	3-opt	Utopia	Georreferenciada	HH	Optimo
FTV13	Mejor	3,543	3,685	4,095	3,693	3,679	3,540	1286
	Pear	4,879	4,983	4,813	4,959	4,813	4,806	
	Desv. Est.	288.193	268.028	198.989	265.203	283.615	237.149	
	Mediana	4,314	4,304	4,346	4,349	4,322	4,097	
	Media	4,289.48	4,322.70	4,383.33	4,314.13	4,261.06	4,094.03	
FTV15	Mejor	4,203	4,289	4,133	4,191	4,392	3,970	1473
	Pear	3,369	3,243	3,426	3,232	3,328	3,428	
	Desv. Est.	253.379	263.373	290.397	276.660	216.627	306.420	
	Mediana	4,914	4,829	4,883	4,810	4,680	4,614	
	Media	4,839.12	4,826.42	4,841.24	4,732.97	4,733.27	4,643.27	
FTV33	Mejor	6,372	6,813	6,590	6,783	6,412	6,223	1608
	Pear	8,278	8,070	7,920	8,129	8,362	8,203	
	Desv. Est.	432.339	343.364	342.164	331.403	477.313	449.383	
	Mediana	7,418	7,389	7,292	7,439	7,276	7,056	
	Media	7,392.76	7,462.64	7,320.33	7,391.30	7,294.30	7,090.70	
FTV64	Mejor	7,787	7,997	8,034	8,280	7,424	7,877	1839
	Pear	9,661	9,875	9,423	9,701	9,454	9,412	
	Desv. Est.	377.128	403.326	316.318	396.206	433.036	387.013	
	Mediana	8,569	8,788	8,772	8,923	8,640	8,604	
	Media	8,620.28	8,794.48	8,767.43	8,894.97	8,642.82	8,617.22	
kroA100	Mejor	131,984.15	137,133.96	138,003.20	131,332.03	132,473.88	133,299.62	21282
	Pear	183,037.71	183,444.10	187,079.02	186,174.08	183,848.43	182,919.91	
	Desv. Est.	8312.121	7367.691	7838.084	8832.887	6110.692	7390.178	
	Mediana	172,838.83	170,103.96	173,540.76	169,893.33	169,238.24	170,310.40	
	Media	174,312.34	170,748.94	172,686.62	170,492.82	169,283.06	170,366.24	
kroB100	Mejor	149,336.97	141,633.17	149,343.73	130,910.51	142,883.89	132,023.41	22141
	Pear	184,481.59	189,145.28	182,540.20	180,632.89	182,307.51	183,180.63	
	Desv. Est.	8336.336	9382.166	6734.600	7603.300	9092.143	8130.433	
	Mediana	167,273.89	170,122.08	170,203.33	166,021.81	168,148.31	166,809.82	
	Media	168,780.88	169,383.10	168,789.79	166,922.86	168,207.33	166,379.00	
kroC100	Mejor	132,388.83	132,172.86	148,119	133,188.83	147,868.90	149,880.24	20749
	Pear	180,091.38	182,527.89	181,848.26	180,167.89	181,133.73	177,232.85	
	Desv. Est.	7419.232	7002.129	8452.074	6428.032	9028.736	6733.750	
	Mediana	169,139.39	172,798.43	169,187.64	170,182.73	170,177.89	167,090.10	
	Media	167,237.69	170,723.81	167,624.26	169,299.74	167,788.49	165,171.83	
kroD100	Mejor	142,122.29	149,317.94	140,229.30	130,447.21	143,767	144,197.23	21294
	Pear	177,833.42	180,183.37	186,049.60	176,300.18	187,543.51	177,028.83	
	Desv. Est.	7930.728	7960.623	9907.162	7010.179	9319.672	9421.286	
	Mediana	163,330.83	163,848.20	163,787.24	166,614.08	164,010.34	157,088.15	
	Media	161,869.21	164,611.27	164,274.43	163,226.26	162,287.66	159,172.62	
p43	Mejor	22,263	22,107	17,499	22,481	17,178	17,891	2620
	Pear	33,686	33,327	33,407	33,891	33,320	33,467	
	Desv. Est.	3303.826	3447.944	3821.488	3391.391	4070.060	3669.830	
	Mediana	32,881	28,442	28,442	32,813	28,104	32,778	
	Media	30,113.24	29,898.18	29,772.94	29,960.27	29,084.36	29,931.42	
ry48p	Mejor	43,683	47,083	48,180	48,662	47,466	46,179	14422
	Pear	61,421	61,895	63,263	63,461	63,421	59,420	
	Desv. Est.	3233.234	3630.287	3404.186	3240.381	3417.478	3196.284	
	Mediana	53,307	53,483	53,226	53,273	52,983	52,045	
	Media	53,116.43	54,931.82	53,323.30	53,964	53,820.73	52,133.42	
Instancia TSP		RSM	Utopia	3-opt	Utopia	Georreferenciada	HH	Optimo
att48	Mejor	132,823.07	132,834.82	134,214.37	133,291.40	130,729.49	129,981.20	10628
	Pear	178,369.38	175,476.09	181,636.42	183,911.31	168,680.22	167,388.04	
	Desv. Est.	10808.936	9372.263	10888.033	11611.363	9334.069	9131.167	
	Mediana	137,239.08	137,263.32	161,173.43	138,231.21	133,761.91	131,517.27	
	Media	139,803.36	133,938.73	139,299.63	138,832.73	133,383.72	130,739.10	
bays29	Mejor	23,434.14	23,439.24	21,648.22	20,888.32	21,979.33	21,597.21	1610
	Pear	32,306.34	30,096.16	31,052.61	28,474.90	31,523.47	28,721.86	
	Desv. Est.	2032.828	1634.851	1920.417	1691.016	2231.904	1902.389	
	Mediana	26,639.99	26,860.01	26,968.32	26,076.32	26,923.02	24,772.79	
	Media	26,777.84	26,898.28	26,967.13	25,969.80	26,672.45	24,943.83	
bays29	Mejor	20,498.11	22,998.94	23,232.41	22,839.69	23,306.61	21,772.21	2020
	Pear	28,164.48	31,948.08	30,229.87	28,616.73	30,383.79	29,479.68	
	Desv. Est.	1363.430	1775.082	1822.883	1404.330	1552.392	2003.923	
	Mediana	25,571.07	26,777.04	26,209.68	26,134.04	25,892.38	26,033.69	
	Media	25,730.63	26,318.64	26,603.06	26,132.13	26,040.06	25,633.39	
berlin52	Mejor	27,112.43	27,838.33	27,344.37	26,417.98	27,637.95	26,433.30	7342
	Pear	33,497.82	32,806.10	33,832.13	34,474.77	32,990.79	32,879.10	
	Desv. Est.	1487.336	1308.263	1336.730	1699.884	1348.772	1709.010	
	Mediana	30,320.77	30,337.97	30,413.95	30,674.32	30,888.61	30,492.09	
	Media	30,334.90	30,264.60	30,304.17	30,801.88	30,341.88	30,013.98	
ch130	Mejor	42,888.86	42,338.76	42,123.34	41,660.72	41,785.40	42,348.39	6110
	Pear	48,289.88	48,283.83	49,036.23	48,978.62	48,379.81	47,966.39	
	Desv. Est.	1328.424	1671.893	1303.836	1737.376	1470.002	1633.133	
	Mediana	43,717.17	43,793.09	46,093.27	46,146.99	45,609.75	45,046.33	
	Media	43,866.10	43,736.20	43,893.78	46,172.62	45,601.79	43,387.21	

ei51	Mejor	1,487.53	1,483.24	1,458.48	1,433.17	1,406.54	1,408.97	425
	Peor	1,729.57	1,791.01	1,800.86	1,740.00	1,832.21	1,770.54	
	Desv. Est.	73.159	71.528	93.638	70.424	98.477	83.910	
	Mediana	1,640.37	1,626.13	1,608.91	1,604.78	1,613.68	1,557.89	
	Media	1,628.24	1,618.33	1,620.35	1,611.43	1,595.48	1,570.56	
ei76	Mejor	2,233.20	2,346.24	2,223.48	2,229.53	2,297.97	2,150.03	538
	Peor	2,850.53	2,879.77	2,707.13	2,732.94	2,679.54	2,651.37	
	Desv. Est.	122.117	110.299	119.309	116.040	102.572	120.748	
	Mediana	2,483.92	2,561.50	2,523.82	2,537.99	2,535.84	2,439.89	
	Media	2,477.32	2,558.75	2,502.24	2,519.92	2,506.51	2,490.10	
ei101	Mejor	3,195.94	3,140.06	3,121.69	3,115.63	3,111.14	2,851.62	629
	Peor	3,702.03	3,739.67	3,635.37	3,583.00	3,734.64	3,683.71	
	Desv. Est.	123.408	129.818	121.116	112.735	148.797	166.906	
	Mediana	3,420.35	3,390.07	3,399.52	3,380.63	3,383.95	3,357.08	
	Media	3,418.06	3,384.11	3,399.71	3,389.56	3,380.08	3,343.32	
ftv70	Mejor	8,612	8,549	8,911	9,271	8,656	8,610	1950
	Peor	10,514	10,835	10,508	10,479	10,373	10,946	
	Desv. Est.	433.711	476.368	377.337	333.076	392.083	488.718	
	Mediana	9,706	9,749	9,637	9,583	9,488	9,533	
	Media	9,646.97	9,697.61	9,676.36	9,746.61	9,546.83	9,584.67	
kro124p	Mejor	175,465	167,927	177,438	173,101	176,442	169,453	36280
	Peor	210,291	206,915	209,277	215,192	201,168	211,711	
	Desv. Est.	8422.809	8676.420	7966.346	9361.633	6808.866	8310.719	
	Mediana	192,881	190,017	192,635	190,786	190,978	185,752	
	Media	191,558.52	188,628.18	193,273.97	190,345.64	189,938.79	185,005.82	
kroE100	Mejor	156,309.50	160,309.67	154,519.48	151,906.59	154,526.59	156,246.43	22088
	Peor	195,326.14	194,883.79	189,180.53	195,194.66	185,036.57	191,703.80	
	Desv. Est.	7732.483	8633.939	8573.138	8709.162	7630.463	7545.181	
	Mediana	172,313.99	177,029.77	176,221.74	177,801.09	174,179.95	171,410.71	
	Media	172,284.32	177,180.44	174,700.32	177,123.87	172,619.99	171,991.23	
lin105	Mejor	108,374.16	107,391.29	98,741.11	114,895.38	88,126.73	106,823.84	14379
	Peor	147,983.91	140,093.43	137,478.42	135,053.29	151,444.70	131,866.22	
	Desv. Est.	7696.900	6426.357	6656.235	4962.805	9043.810	6697.157	
	Mediana	123,939.74	126,529.38	125,631.51	124,994.40	123,854.79	121,707.09	
	Media	124,435.35	124,958.34	124,649.62	125,104.90	123,446.95	121,069.53	
pr76	Mejor	501,339.41	513,530.41	494,514.48	517,019.01	476,498.17	510,715.32	108159
	Peor	616,166.58	609,283.30	623,819.60	613,132.49	600,042.36	594,169.92	
	Desv. Est.	27009.745	26855.866	28193.221	24662.619	30954.785	23515.344	
	Mediana	561,524.70	567,207.54	567,809.36	571,756.37	566,367.51	547,155.70	
	Media	564,814.55	562,552.32	573,190.99	571,367.48	557,535.95	547,883.19	
Instancia TSP		RSM	Jwaxx	3-opt	3runs	Georreferenciada	HH	Optimo
pr107	Mejor	512,991.73	547,346.29	507,814.52	538,537.42	524,393.47	519,792.82	44303
	Peor	639,224.36	646,151.02	648,400.86	653,637.32	654,408.06	650,137.43	
	Desv. Est.	28704.720	24799.722	32059.501	27985.133	27336.175	28205.574	
	Mediana	574,374.22	593,514.47	575,438.83	588,066.51	579,986.08	576,310.59	
	Media	577,191.60	591,982.67	576,994.60	585,560.67	585,449.93	571,393.47	
pr144	Mejor	775,523.88	751,383.63	755,617.21	725,484	762,317.78	731,602.89	58537
	Peor	876,223.35	888,092.71	875,111.51	899,409.04	899,239.64	868,867.67	
	Desv. Est.	25332.822	31147.690	27796.698	34982.664	28774.383	31149.057	
	Mediana	830,129.29	821,199.82	828,893.86	830,934.70	818,414.60	813,735.25	
	Media	829,325.63	825,206.77	821,972.21	828,690.33	819,210.35	814,602.76	
pr152	Mejor	971,003.67	951,159.49	972,203.84	953,909.03	934,210.94	975,439.81	78682
	Peor	1,130,677.12	1,163,004.08	1,137,999.36	1,148,568.46	1,147,851	1,094,636.24	
	Desv. Est.	39700.806	42512.460	37650.111	40661.762	41754.222	30719.832	
	Mediana	1,061,214.09	1,061,059.50	1,054,326.31	1,054,411.95	1,046,632.70	1,035,419	
	Media	1,059,183.01	1,061,342.52	1,054,644.44	1,058,920.49	1,048,318.16	1,055,425.61	
rat99	Mejor	8,031.82	7,985.37	7,774.37	7,792.84	7,909.77	7,497.19	1211
	Peor	9,379.72	9,318.85	9,536.67	9,392.08	9,030.18	9,381.57	
	Desv. Est.	349.287	325.729	336.149	391.169	281.051	388.972	
	Media							

	Mediana	8,619.31	8,576.07	8,564	8,476.14	8,546.15	8,349.75	
	Media	8,633.74	8,588.10	8,633.38	8,490.30	8,546.08	8,388.77	
rd100	Mejor	51,911.39	50,711.47	50,051.02	47,889.36	50,406.58	52,208.25	7910
	Peor	60,775.83	60,191.71	61,712.65	61,553.84	61,052.41	60,807.40	
	Desv. Est.	2321.045	2338.308	2718.422	2338.647	2611.251	2182.658	
	Mediana	55,696.80	55,548.49	55,486.43	56,262.26	55,093.77	54,481.04	
	Media	55,838.05	55,595.55	55,592.03	55,996.29	55,160	55,350.74	
st70	Mejor	3,361.76	3,113.57	3,246.33	3,299.81	3,214.71	3,062.23	675
	Peor	3,982.58	3,852.42	3,914.63	3,975.10	4,046.72	3,889.55	
	Desv. Est.	167.174	181.874	196.302	171.359	196.751	213.341	
	Mediana	3,622.30	3,610.87	3,663.08	3,660.38	3,621.67	3,499.21	
	Media	3,648.70	3,568.47	3,660.47	3,637.05	3,619.41	3,507.08	
ulysses22	Mejor	1403.2	13442.65	12021.26	14368.84	12603.1	12041.01	70.13
	Peor	22629.46	21047.54	19614.64	2131.5	19786.92	18919.54	
	Desv. Est.	17.619	15.615	16.974	15.354	18.276	14.611	
	Mediana	17877.28	17652.34	16988.99	17135.07	17259.01	15905.07	
	Media	17995.56	173.5	16837.02	17314.83	1626.32	16058.37	
br17	Mejor	108	135	145	139	88	75	39
	Peor	372	357	328	400	347	400	
	Desv. Est.	74.425	57.772	48.636	62.238	54.693	71.622	
	Mediana	239	234	239	233	244	227	
	Media	238.82	238.27	237.67	241.61	242.52	227.45	
ft53	Mejor	24,177	23,967	25,006	25,380	24,250	23,015	6905
	Peor	29,471	29,286	29,044	29,168	28,671	28,823	
	Desv. Est.	1121.350	1237.247	1022.281	1055.639	1110.099	1267.467	
	Mediana	27,226	26,566	27,263	27,450	26,831	26,087	
	Media	27,278.39	26,696.88	27,159.21	27,354.21	26,813.12	26,121.85	
ft70	Mejor	69,585	69,401	70,721	69,262	69,972	68,696	38673
	Peor	76,023	75,662	75,991	75,390	75,183	74,637	
	Desv. Est.	1573.965	1684.415	1307.599	1799.579	1248.437	1384.566	
	Mediana	73,267	72,388	73,114	73,391	72,282	71,850	
	Media	73,189.88	72,712.00	73,214.97	72,851.42	72,379.18	71,823.70	
ftv44	Mejor	5,584	5,420	5,457	5,465	5,432	5,034	1613
	Peor	6,794	6,959	6,553	6,815	6,481	6,280	
	Desv. Est.	288.366	351.543	276.970	350.147	266.686	316.758	
	Mediana	6,105	6,170	6,089	6,083	5,934	5,834	
	Media	6,081.48	6,159.70	6,103.18	6,165.06	5,915.52	5,777.12	
ftv38	Mejor	4,428	4,640	4,318	4,561	4,248	4,372	1530
	Peor	6,034	5,773	5,659	5,679	5,630	5,415	
	Desv. Est.	356.826	272.886	351.122	267.120	288.066	317.831	
	Mediana	5,031	5,194	5,085	5,050	5,048	4,877	
	Media	5,117.82	5,204.06	5,047.18	5,079.24	5,054.42	4,895.39	
ftv47	Mejor	6,183	5,712	5,730	5,787	6,060	5,617	1776
	Peor	7,334	7,336	7,499	7,436	7,431	7,167	
	Desv. Est.	306.341	423.326	405.457	377.576	339.214	357.207	
	Mediana	6,844	6,666	6,665	6,830	6,616	6,545	
	Media	6,820.73	6,712.73	6,675.30	6,788.18	6,603.36	6,542.09	

□



Figura 6. Histograma de Frecuencias de la metodología hiperheurística obtenida de la fase de entrenamiento, donde 1 es RSM, 2 es Twors, 3 es Búsqueda Local 3-opt (k-opt), 4 es Thrors y 5 es Inserción Georreferenciada (I.G.).

En la tabla 3 se muestran los rangos y resultados del test ómnibus de Friedman utilizando la mediana como representante estadístico donde h_o = No existen diferencias en el desempeño de las metodologías y h_a = Existen diferencias entre metodologías, de donde el valor P es menor, que el valor de $\alpha=0.01$, por lo que no tenemos suficiente evidencia para aceptar h_o . Tomando como metodología de control a la metodología hiperheurística (HH), debido a que es la que tiene el menor rango hacemos las pruebas post-hoc, con un valor de $\alpha=0.01$.

Tabla 3. Pruebas Ómnibus con nivel de significancia $\alpha=0.01$ [20].

Metodologías	Friedman
InverseRSM	3.94444444
Twors	4.33333333
3-opt (k-opt)	4.05555555
Thrors	4.25
I. G.	2.97222222
H.H.	1.38888889
Estadístico	62.84126984
Valor P	3.14008E-12

En la tabla 4 se muestran los valores z y los valores p con ajuste Bonferroni [20]. Como podemos observar en las pruebas a pares para todos los casos del test, el valor p es menor que el α , por lo cual nos dice que existe diferencia en el comportamiento de las metodologías.

Tabla 4. Prueba post-hoc (prueba a pares) de Friedman con nivel de significancia $\alpha = 0.01$ [20].

Metodología de control	HH		Ajuste Bonferroni
	Z	P-valor	P-valor (ajustado)
H.H. vs InverseRSM	5.7954553	6.814x10 ⁻⁰⁹	3.4068 x10 ⁻⁰⁸
H.H. vs Twors	6.6773724	2.433 x10 ⁻¹¹	1.21633 x10 ⁻¹⁰
H.H. vs 3-opt (k-opt)	6.0474316	1.472 x10 ⁻⁰⁹	7.35866 x10 ⁻⁰⁹
H.H. vs Thrors	6.4883901	8.676 x10 ⁻¹¹	4.33792 x10 ⁻¹⁰
H.H. vs I. G.	3.5906625	0.0003298	0.001649193

5 CONCLUSIONES

En este trabajo la metodología aplicada nos muestra que el enfoque fuera de línea de la hiperheurística, por su fuente de retroalimentación durante su aprendizaje, generaliza la búsqueda del conjunto de métodos para aplicar a más de una instancia del TSP a la vez, como también además de instancias no conocidas del mismo problema.

En los resultados se observa que la hiperheurística logra administrar a cada heurística para cada instancia del problema adecuadamente. Por ello para el método hiperheurístico el conjunto de heurísticas de bajo nivel son parte fundamental de la sinergia. Cada heurística por su naturaleza misma tiene un potencial para resolver la instancia del problema, este potencial puede estar relacionado a su eficacia, generando una sinergia.

Finalmente, aunque existen algunos casos donde la propuesta hiperheurística es superada por alguna heurística en alguna instancia, las pruebas estadísticas muestran que el conjunto de métodos generados por la hiperheurística tienen un mejor desempeño tanto en lo general como en lo particular con respecto a los alcanzados por las heurísticas por separado.

De lo anterior podemos concluir que el enfoque hiperheurístico con aprendizaje fuera de línea es una metodología, que logra administrar los potenciales de las heurísticas de bajo nivel, logrando una sinergia para la solución de varias instancias del TSP, misma sinergia que presenta resultados significativos para la propuesta de una metodología de solución.

Agradezco al Consejo Nacional de la Ciencia y la Tecnología (CONACyT) por brindar los recursos económicos para permitir elaborar este trabajo y a la División de Estudios de Posgrado| e Investigación del Instituto Tecnológico de León por brindar las facilidades para cursar la Maestría en Ciencias de la Computación. (CVU/Becario): 595547/309062.

REFERENCIAS

1. Burke, E. K., Hart, E., Kendall, G., Newall, J., Ross, P., and Schulenburg, S. Hyper-heuristics: An emerging direction in modern search technology. *Handbook of Metaheuristics*, (2003), pages 457–474.
2. Burke, E. K., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., Özcan, E., Woodward, J. R. A Classification of Hyper-heuristic Approaches. *Handbook of Metaheuristics*, (2010). (pp 449-468). The University of Nottingham, Nottingham, UK: Springer US.
3. Lin, S., and Kernighan, B.W., An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem, (1973) *Oper. Res.* 21. pp. 498–516.
4. Lawler, E.L., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G., and Shmoys, D.B., *The Traveling Salesman Problem: G.E. Re Guided Tour of Combinatorial Optimization*, (1985), Wiley and Sons, New York.
5. Padberg, M. and Rinaldi, G., Optimization of a 532-city symmetric traveling salesman problem by branch and cut, (1987), *Oper. Res.* 6 pp. 1–7.
6. Denzinger, J., Fuchs, M., Fuchs, M., High Performance ATP Systems by Combining Several AI Methods. In *proc. Fifteenth international joint conference on artificial intelligence (ijcai '97)*. (1997). Pages 102–107, CA, USA.
7. Cowling, P., Kendall, G., Soubeiga, E., A Hyperheuristic Approach to Scheduling a Sales Summit. Springer. In *Selected Papers of the Third International Conference on the Practice And Theory of Automated Timetabling*, (2000), PATAT 2000, Lecture Notes in Computer Science, pages 176–190, Konstanz, Germany. Springer.
8. Ross, P., Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques, Hyper-heuristics. In E. K. Burke and G. Kendall, (2005), chapter 17, pages 529–556. Springer, Berlin.
9. Sucupira, I., R., *Metodos Heurísticos Genéricos: Meta-Heurísticos e Hiper-Heurísticas*. Tesis de Maestría. (2004), Universidad de Sao Paulo.
10. Soubeiga, E., *Development and Application of Hyperheuristics to Personnel Scheduling*. PhD thesis, June (2003), School of Computer Science and Information Technology, University of Nottingham.
11. Sucupira, I.R., *Um Estudo Empírico de Hiper-Heurísticas*. Tesis de Maestría. (2007), Universidad de Sao Paulo. Brasil.
12. Soria Alcaraz, J. A., *Diseño de Horarios con Respecto al Alumno mediante Técnicas de Cómputo Evolutivo*. Tesis de Maestría. Julio (2010), Instituto Tecnológico De León. León Guanajuato, México.
13. Goldberg, D. E., *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. (1989) Addison-Wesley Pub. Co. Reading, Massachusetts.
14. Yang, X. S., *Nature-inspired metaheuristic algorithms*. (2010), Luniver press.
15. Abdoun, O., Abouchabaka, J., Tajani, C., Analyzing the Performance of Mutation Operators to Solve the TSP. *International Journal of Emerging Sciences*, March (2012), LaRIT Laboratory, Faculty of sciences, Ibn Tofail University, Kenitra, Morocco. *JES*, 2(1), pages 61-77.
16. Lin, S., and Kernighan, B. W., An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling-Salesman Problem. (1973). *Operations Res.* 21, pages 498-516.
17. Simó, F. G., *El problema del Viajante de Comercio*. Tesis de Licenciatura. (1996). Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Córdoba.
18. Reinelt, G., *TSPLIB 95*. (1995). Universitat Heidelberg. Pages 1-17.
19. Croes, G. A., A method for solving traveling salesman problems. (1958). *Operations Res.* 6. pp., 791-812.
20. [20] Derrac, J., Garcia, S., Molina, D., Herrera, F., A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, (2011) 1(1), 3-18.

Acerca de los autores



Puga Soberanes Héctor José, se graduó de Licenciatura en Físico Matemáticas, en el Instituto Politécnico Nacional en 1993. Obtuvo el grado de Maestría en Ciencias (Óptica) en 1995, egresado del Centro de Investigaciones en Óptica, A. C. (CIO), obteniendo el título por parte de la Universidad de Guanajuato. Obtuvo el grado de Doctor en Ciencias (Óptica), egresado del CIO, obteniendo el título por parte de la Universidad de Guanajuato en 2002. Cuenta con publicaciones internacionales, en congresos internacionales y nacionales. Ha participado como responsable y colaborador de varios proyectos de investigación, apoyados por CONCyTEG, COSNET y DGEST. Ha colaborado en la formación de recursos humanos a través de la dirección tesis de licenciatura y Maestría. Actualmente es miembro del Sistema Nacional de Investigadores nivel I. Profesor con perfil deseable (Promep) de Agosto de 2005 a la fecha. Sus áreas de interés son: Metrología, Hiperheurísticas y sistemas inteligentes.



Montesino Guerra Juan Adolfo, Obtuvo el Título de Licenciado en Informática en 2013 por el Instituto Tecnológico por la vía de Titulación por Promedio. Actualmente cursa la Maestría en Ciencias Computacionales en su segundo Año en la División de Estudios de Posgrado e Investigación en el Instituto Tecnológico de León, Ha realizado estancias cortas de investigación en la División de Ciencias Económicas Administrativas de la Universidad de Guanajuato, con investigadores en el área de sistemas inteligentes que ahí residen. Recientemente se encuentra aplicando técnicas Hiperheurísticas al problema del agente viajero. Sus áreas de interés incluyen entre otras: Técnicas de optimización combinatoria, Heurísticas, Metaheurísticas, Hiperheurísticas, Algoritmos Bioinspirados y Sistemas Inteligentes.



Santiago Raúl, recibió la licenciatura en Comunicación y Electrónica en el Instituto Politécnico Nacional en el año 2000. Obtuvo el M. C. en Informática por CIC-IPN en 2003 y su Ph. D. en Informática por IIMAS-UNAM. Recibió el Premio Nacional de Ciencias de la Computación por la mejor tesis en 2004. Cuenta con diversos artículos publicados en diferentes medios como revistas, artículos y memorias de congresos tanto Nacionales como Internacionales. Ha colaborado en la formación de recursos humanos a través de la dirección tesis de licenciatura y Maestría. En la actualidad es profesor de tiempo completo-investigador de la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de León.



Jorge Alberto Soria Alcaraz, es egresado como Ingeniero en sistemas computacionales por el instituto tecnológico de León en 2008, continuó su formación como Maestro en ciencias en Ciencias de la Computación por la misma casa de estudios egresando en 2010. Obtuvo el grado de Doctor en ciencias de la Computación por el Instituto Tecnológico de Tijuana B.C parte del Tecnológico Nacional de México en el 2015. El Dr Soria-Alcaraz cuenta trabajos publicados en el área nacional e internacional sobre los temas de Hiperheurísticas, Timetabling así como Autonomus Search. Ha asistido a congresos nacionales e Internacionales a presentar trabajos acordes a estas áreas. Actualmente se desempeña como profesor investigador de tiempo completo en la División de Ciencias Económico-Administrativas de la Universidad de Guanajuato campus Guanajuato apoyando la carrera de Licenciatura en Sistemas de Información Administrativa. También pertenece al Sistema Nacional de Investigadores (SNI) con la distinción de Candidato a investigador Nacional.



Carpio Valadez Juan Martín, obtuvo el grado de Doctor en Ciencias (Óptica) del CIO en 1995. Su experiencia profesional incluye el CIO, ITESM campus León, Universidad Iberoamericana plantel León, y desde 1994 a la fecha el Instituto Tecnológico de León, en donde ocupó el cargo de Jefe del Depto. de Sistemas y Computación de 1999 al 2004, el cargo de Jefe de la División de Estudios de Posgrado e Investigación del 2004 al 2006. Ha participado como responsable y colaborador de varios proyectos de investigación, apoyados por CONCyTEG, COSNET y DGEST. Ha colaborado en la formación de recursos humanos a través de la dirección tesis de licenciatura, maestría, y doctorado. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores nivel I. Es miembro del Consejo de Posgrado y miembro del claustro del Doctorado Interinstitucional en Ciencias en Computación. Sus áreas de interés son: sistemas inteligentes, University Timetabling, Metaheurística, Hiperheurísticas.



Ornelas Rodríguez Manuel, recibió el título de Ingeniero Electromecánico por el Instituto Tecnológico de León. En 1999 realizó una estancia de investigación en la Facultad de Ciencias e Ingeniería de la Universidad Laval en Québec, Canadá. En 2002 recibió el grado de Doctor en Ciencias (Óptica) por el Centro de Investigaciones en Óptica A.C. y la Universidad de Guanajuato. Actualmente se desempeña como profesor-investigador en el Instituto Tecnológico de León, donde tiene el reconocimiento de profesor de tiempo completo con perfil deseable otorgado por SEP-PRODEP. Sus principales áreas de interés son análisis de imágenes, reconocimiento de patrones y optimización inteligente.



Sotelo Figueroa Marco Aurelio, obtuvo el grado de Doctor en Ciencias en Computación por parte del Tecnológico Nacional de México. Cuenta con el grado de Maestro en Ciencias en Computación por el Instituto Tecnológico de León, donde obtuvo el primer lugar nacional con su Tesis. Dentro de sus áreas de interés están la optimización numérica, diseño e implementación de hiperheurísticas de generación. Cuenta con diversos artículos publicados en diferentes medios como revistas indexadas, revistas indexadas con JCR y memorias de congresos tanto Nacionales como Internacionales. Actualmente está adscrito como Profesor Investigador en la Universidad de Guanajuato y forma parte del Sistema Nacional de Investigadores con el nivel de Candidato.