

Análisis del espacio de trabajo de un robot cartesiano activado por cables

Workspace analysis of a Cartesian cable based robot

Sergio Javier Torres Méndez¹ , José Rafael Mendoza Vázquez² , Vicente Ramírez Palacios³ , Irma Delia Rojas Cuevas⁴ , Omar Flores Sánchez⁵, José Lorenzo Muñoz Mata⁶ 

1, 2, 3, 4, 5 Instituto Tecnológico de Puebla
Av. Tecnológico No. 420, Col. Maravillas, Puebla, Puebla, México, C.P. 72220.

6 Universidad Tecnológica de Puebla
Antiguo Camino a la Resurrección No. 1002-A, Zona Industrial Oriente, C.P. 72300.
Correo-e: 1*serm7007@yahoo.com.mx

PALABRAS CLAVE:

Optimización, espacio de trabajo, redundancia, robots activados por cables.

RESUMEN

En este documento, se ha descrito el espacio de trabajo de un nuevo robot cartesiano activado por cables llamado ITPGrua8. El sistema robótico bajo estudio está formado por una plataforma rígida conectada a una caja estática por medio de un conjunto de cuatro pares de cables y activados por medio de dos motores eléctricos. El arreglo de los ocho cables hace que la plataforma móvil esté restringida a movimientos de traslación pura, manteniendo a su vez, su base con una orientación paralela a la base de la plataforma fija. El espacio de trabajo es obtenido por medio de un método computacional iterativo, el cual evalúa cada posición posible de la plataforma móvil, para diferentes condiciones de tensión en los cables. Finalmente, los resultados numéricos obtenidos muestran la viabilidad del método propuesto para diferentes condiciones de tensiones en los cables.

KEYWORDS:

Optimization, workspace, redundancy, cable-based robots.

ABSTRACT

This paper has described the workspace of a novel Cartesian cable-based robot. The robotic system is composed of a mobile platform connected to a static box via a set of four pair of actuated cables by two servomotors. The cables arrangement allows the mobile platform to achieve stiff positions with constant orientation along with large planar motions. The workspace is obtained by a computational iterative method which verifies each position of the mobile platform. Finally, numerical results have shown the viability of the proposed method for different conditions of cable tensions.

Recibido: 24 de junio de 2015 • Aceptado: 11 de octubre de 2015 • Publicado en línea: 29 de febrero de 2016

1 INTRODUCCIÓN

Sistemas robóticos activados por cables tienen un gran potencial en aplicaciones industriales en donde los espacios interiores o exteriores son de enorme tamaño. Este tipo de robots están formados por una caja estática que contiene en su interior a una plataforma móvil. La plataforma móvil está conectada a la caja estática por medio de elementos flexibles (cables o tendones), lo que permite a la plataforma móvil alcanzar altas aceleraciones a lo largo de grandes distancias.

Los robots activados por cables son comúnmente clasificados como: completamente restringidos y no restringidos [1], [2]. En los robots completamente restringidos, las longitudes de los cables bajo tensión positiva permiten determinar completamente la posición y orientación de la plataforma móvil. Ejemplos de este tipo de robots son el Charlotte [3] y el Falcon-7 [4]. Por otro lado, los robots no restringidos, tales como el NIST [5] y el SkyCam [6], aseguran su posición por medio de la fuerza de gravedad. Estos robots son llamados también manipuladores tipo grúa [7]. Desde un punto de vista cinemático, el cambio de la posición y orientación de la plataforma móvil es lograda por medio de las variaciones de las longitudes de los cables. En ese sentido, el espacio de trabajo está limitado a las longitudes máximas y mínimas que puedan alcanzar los cables. Sin embargo, las propiedades físicas de los cables sólo permiten su acción efectiva bajo tensión positiva, lo cual representa una restricción adicional en cada posición válida tensionable de la plataforma móvil.

Una variedad de métodos han sido propuestos para evaluar si una posición y orientación particular de la plataforma móvil cumple con los requerimientos de tensionabilidad. El método de cierre de fuerzas brinda las condiciones necesarias para determinar si una configuración puede soportar un conjunto de fuerzas externas arbitrarias aplicadas a la plataforma móvil, asumiendo que es posible aplicar una fuerza de tensión ilimitada a los cables [8]. Ming y Higuchi [9] obtuvieron una solución por medio de la pseudoinversa de la matriz estructural (transpuesta de la matriz Jacobiana) que cumple con la condición del método de cierre de fuerzas. Hassan y Khajepour [10] desarrollaron un método basado en el análisis de conjuntos convexos y el algoritmo iterativo Dystra para verificar las condiciones del método de cierre de fuerzas. Sin embargo, la aplicación de fuerzas de tensión ilimitadas a los cables no es realístico, y por lo tanto, otro método ha sido considerado, el llamado

método de fuerzas viables.

El método de fuerzas viables es establecido considerando que la plataforma móvil es sometida a un conjunto de fuerzas externas constantes que deben ser balanceadas por medio de un conjunto de tensiones positivas restringidas a un intervalo de valores mínimo y máximo deseado. La mayoría de las investigaciones incluyen algoritmos de optimización eficientes los cuales corren en simulaciones computacionales para la solución de la redundancia de tensiones [11] y [12]. Lo anterior es debido a que la función objetivo a optimizar resulta en una expresión analítica no lineal.

El trabajo desarrollado en este documento permite definir el espacio de trabajo, utilizando las condiciones planteadas en ambos métodos: de cierre de fuerzas y de fuerzas viables, para un robot cartesiano activado por cables. El trabajo está organizado como sigue: la sección 2 describe el sistema robótico utilizado en el estudio. Se incluyen en esta sección los modelos cinemático y de fuerzas del robot bajo estudio. En la sección 3 se realiza el análisis del espacio de trabajo del robot por un método discreto-iterativo. En la sección 4, se analiza la viabilidad del método propuesto a través de la descripción del espacio de trabajo del robot de estudio por medio de los dos métodos descritos en la sesión 3. Por último, la sección 5 discute los resultados importantes presentados en este trabajo.

2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ROBÓTICO

La estructura general del robot bajo estudio es mostrado en la Figura 1. Una plataforma móvil está suspendida de la parte superior de una caja estática (no mostrada) por medio de la acción de ocho cables. Los ocho cables están simétricamente agrupados en cuatro cables ubicados a cada lado de la plataforma móvil.

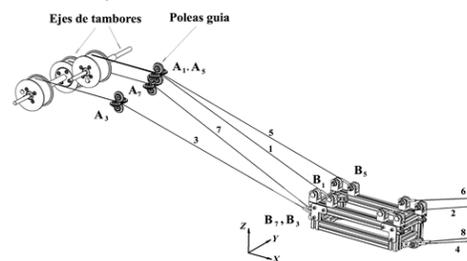


Figura 1. Sistema robótico activado por cables

Los cables soportan el peso de la plataforma móvil y restringen su movimiento sólo a posiciones en el plano vertical con una orientación constante. En resumen, los cables hacen que la plataforma se traslade como un robot tipo grúa confiando en la fuerza de gravedad para mantener la tensión positiva en los cables y darle la suficiente rigidez al sistema.

A cada lado se encuentran ubicados los sistemas mecánicos tipo carrete para la recolección o liberación de los cables. En cada sistema tipo carrete se hacen pasar cuatro cables a través de tres poleas guías para luego ser enrollados/desenrollados alrededor de tres tambores, los cuales son activados simultáneamente por un solo actuador eléctrico. Así, cada uno de los motores localizados a cada lado de la caja estática están controlando la longitud de un conjunto de cuatro cables simultáneamente.

La longitud en cada cable esta determinada por la distancia entre sus puntos de conexión de A a B, tal que $l_i = \|A_i B_i\|$, $i=1,2,\dots,8$. Nótese que los pares de cable superiores tienen un punto de coincidencia en la caja estática; esto es, $A_i = A_{i+4}$, $i=1,2$. En cambio, los pares de cables inferiores convergen en la plataforma móvil; esto es, $B_i = B_{i+4}$, $i=3,4$. La localización de los puntos de entrada/salida restantes hacen que las longitudes de cada cable en cada par de cables sean iguales entre sí; esto es, $l_i = l_{i+4}$, $i=1,2,\dots,4$. Lo anterior elimina dos rotaciones y una traslación de la plataforma móvil, quedando una rotación por ser eliminada. Se pueden observar dos mecanismos del tipo paralelogramo localizados a cada lado de la plataforma móvil. Los mecanismos se forman por las proyecciones de los cuatro pares de cables sobre el plano frontal del robot. Las distancias de estas proyecciones, denominadas como l_{ri} $i=1,2,\dots,4$, cumplen con la siguiente condición $l_{ri} = l_{r(i+2)}$ $i=1,2$. De esta manera, los movimientos de rotación y de traslación perpendicular al plano XZ son eliminados en la plataforma móvil. En consecuencia, el sistema tiene solamente dos grados de libertad, siendo éstos de traslación pura a lo largo de los ejes X y Z.

2.1 ANÁLISIS CINETOESTÁTICO.

El problema cinemático inverso se refiere a encontrar las longitudes de los cables, conocida la posición del centro de masa de la plataforma móvil con respecto a un sistema coordenado de referencia XYZ en un punto O ubicado en el centro de la caja fija (ver Figura 2).

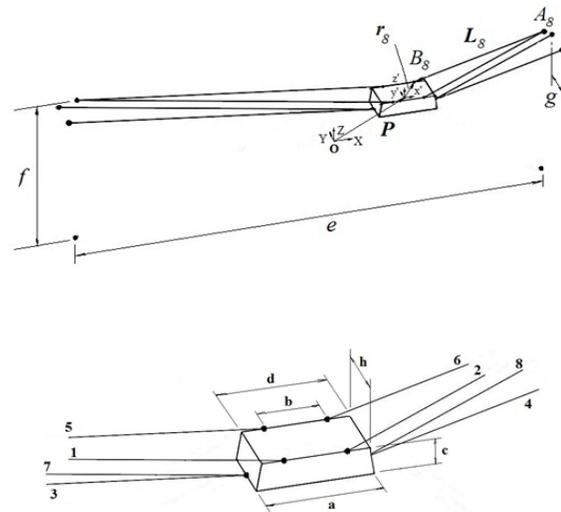


Figura 2. Parámetros cinemáticos del robot

Se asigna un sistema coordenado $x'y'z'$ fijo a la plataforma móvil en su centro de masa O' . El vector P determina la posición de la plataforma móvil entre estos dos sistemas de coordenadas. El vector l_i es el vector del cable i -ésimo entre los puntos de conexión A_i y B_i ubicados en la caja estática y la plataforma móvil, respectivamente. Los vectores constantes s_i y r_i determinan los puntos de conexión A_i y B_i con respecto al sistema coordenado de referencia y el sistema coordenado móvil, respectivamente. La longitud del i -ésimo cable se encuentra como:

$$l_i = \|P + r_i - s_i\|, \quad i=1,2,\dots,8 \quad (1)$$

Si las condiciones de traslación pura se cumplen, sólo movimientos sobre el plano XZ serán observados, de tal manera que el vector de posición con respecto al centro de masa de la plataforma móvil es $X_p = [P_x \ 0 \ P_z \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Diferenciando la Ecuación (1) resulta en la relación entre las velocidades de los cables y las velocidades de la plataforma móvil, expresada comúnmente como $dl/dt = J (dX_p)/dt$, donde J es la matriz Jacobiana. En general, la deficiencia del rango del Jacobiano resulta en configuraciones singulares que frecuentemente están relacionadas a posiciones cercanas a las fronteras del espacio de trabajo del robot. Para el robot cartesiano, las condiciones libres de singularidades están definidas por:

$$l_i > 0 \quad i=1,2,\dots,4 \quad (2a)$$

$$Pz < (f/2 - c + ycp) \quad (2b)$$

El problema de encontrar las fuerzas de tensión en los cables es abordado a continuación. Para un punto de equilibrio y un grupo de fuerzas y momentos constantes externos aplicados en el centro de masa de la plataforma móvil, las ecuaciones estáticas pueden ser representadas en forma compacta como:

$$W = -A\tau \quad (3)$$

Donde W es el vector de las fuerzas y momentos externos, τ es el vector de las tensiones de los cables, y A es la matriz estructural que depende de los parámetros geométricos del robot y de la posición de la plataforma móvil. Las tensiones en los cables pueden ser encontradas invirtiendo la matriz A de la Ecuación (3), asegurándose que las soluciones sean positivas. Si se están buscando las soluciones con los valores mínimos de la tensiones en base a la norma Euclidiana, el método de la matriz pseudoinversa es el más adecuado, el cual puede formularse como:

$$\tau = -A^+ W + N\mu \quad (4)$$

Donde A^+ es la pseudoinversa de la matriz estructural, tal que $AA^+A = A$, y $A^+ = A^T(AA^T)^{-1}$. El vector arbitrario que resulta de $N\mu$, contiene las llamadas tensiones internas (tensiones que son balanceadas entre los mismos cables). El espacio nulo o Kernel de A esta representado por N , y μ debe ser determinado tal que todas las tensiones del vector τ sean positivas.

3 ANÁLISIS DEL ESPACIO DE TRABAJO

El espacio de trabajo permite determinar todas las posiciones de la plataforma móvil en las que se puede balancear un vector de fuerzas externas W , por medio de un vector de tensiones positivas τ . El enfoque discreto-iterativo puede ser usado para cualquiera de los métodos planteados para la determinación del espacio de trabajo. La condición del método de cierre de fuerzas es satisfecha cuando el espacio nulo de la matriz estructural es estrictamente positiva, en otras palabras:

$$NKer(A), NhR_{+}^m, \text{ donde } AR^{(n \times m)} \text{ y } n < m \quad (5)$$

donde n se refiere al número de grados de libertad y m al número de cables del sistema robótico. Por otro lado, el método de fuerzas viables requiere que las tensiones estén dentro de un intervalo de valores positivos dado, y que además esa solución sea el mínimo de las tensiones entre todos los cables. En otras palabras:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } F &= (\sum_{i=1}^m \tau_i^2)^{1/2} \quad (6) \\ \text{Sujeta a } & W = A\tau \\ & 0 < \tau(i, \min) \leq \tau_i \leq \tau(i, \max) \quad i=1,2,\dots,m. \end{aligned}$$

donde $\tau(i, \min)$ y $\tau(i, \max)$ son las tensiones mínimas y máximas que pueden ser aplicadas al i -ésimo cable, respectivamente. El problema de redundancia para encontrar un conjunto de tensiones viables, es expresado como un problema de optimización con restricciones, en el cual la función de costo a ser minimizada es la norma Euclidiana de todas las tensiones de los cables del mecanismo. Por lo tanto, la norma Euclidiana de todas las tensiones hace que la función objetivo sea expresada en una forma cuadrática. El problema de optimización puede ser expresado como una proyección sobre una intersección de los planos convexos delimitados por los límites de las tensiones en los cables, y el uso de un algoritmo iterativo (Dijkstra) para la obtención de las soluciones, tal y como es presentado en [10]. Otras rutinas de búsqueda han sido propuestas para la solución del problema de optimización mostrado en (6). La gran mayoría de estas técnicas tiene su fundamento en esquemas iterativos basados en el gradiente, tales como los métodos de conjunto activo y del punto interior [13]. Otras técnicas están basadas en el desarrollo de programas de cómputo inteligentes, tales como los algoritmos genéticos [14].

Así, para cada posición escaneada se deben verificar los criterios establecidos por el método de cierre de fuerzas y luego por el método de fuerzas viables para la determinación del espacio de trabajo del robot cartesiano.

El siguiente algoritmo será utilizado para la determinación del espacio de trabajo del robot cartesiano.

1) Verificar las condiciones libres de singularidades establecidas en (2a) y (2b). Si se cumplen tales condiciones, vaya al siguiente paso, en otro caso vaya al paso 7.

2) Verificar las condiciones del método de cierre de fuerzas establecidas en (5). Si tales condiciones son válidas, vaya al siguiente paso, en otro caso vaya al paso 7.

- 3) Verificar las condiciones del método de fuerzas viables establecidas en (6). Si tales condiciones son válidas, vaya al siguiente paso, en otro caso vaya al paso 7.
- 4) Encontrar las tensiones de los cables por medio de (4).
- 5) Marcar esta posición como parte del espacio de trabajo.
- 6) Si existen más posiciones a analizar, vaya al paso 1, en otro caso vaya al paso 7.
- 7) Fin.

El anterior algoritmo es implementado en MATLAB para calcular el espacio de trabajo del robot cartesiano.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Los siguientes resultados son basados en los parámetros geométricos mostrados en la Tabla 1. El espacio de trabajo es determinado para ambos métodos (fuerza de cierre y fuerza viable) para una masa de la plataforma móvil $m_p=1$ Kg.

Tabla 1: Parámetros del robot cartesiano

Símbolo	Valor en metros
<i>a</i>	0.370
<i>b</i>	0.200
<i>c</i>	0.094
<i>d</i>	0.340
<i>e</i>	3.000
<i>f</i>	1.000
<i>g</i>	0.200
<i>h</i>	0.160

En los gráficos mostrados abajo, la áreas sombreadas suponen los resultados obtenidos por el enfoque discreto-iterativo para los métodos de cierre de fuerzas y de fuerzas viables. Las líneas continuas delimitan el espacio de trabajo inicial disponible. En la Figura 3 se muestra la región sombreada para el espacio de trabajo con tensiones positivas e ilimitadas. En este caso la tensión máxima que se puede aplicar en los cables no tiene límite.

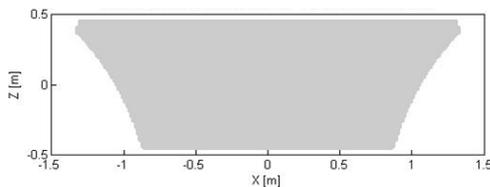


Figura 3. El espacio de trabajo por el método de cierre de fuerzas: con tensiones positivas e ilimitadas.

El área determinada representa una reducción del 34% con respecto del espacio de trabajo disponible inicialmente (líneas continuas). El resultado del establecimiento de un límite máximo de tensión entre los cables de $\tau_{max} \leq 20$ N es mostrado en la Figura 4. La mínima tensión en los cables se sigue mantiene positiva; esto es, $\tau_{min} \geq 2$ N.

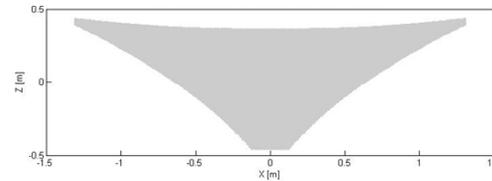


Figura 4. El espacio de trabajo con tensiones positivas y limitadas; esto es, $\tau_{min} \geq 2$ N, y $\tau_{max} \leq 20$ N.

Este cambio hace que el espacio de trabajo sufra una reducción importante de las posiciones de las partes laterales del área inicial.

5 CONCLUSIONES

Este trabajo de investigación provee del modelado cinemático y estático de un robot cartesiano activado por cables. El sistema propuesto es diseñado para que su plataforma móvil se mueva a grandes distancias lineales. Se ha probado que la disposición de los ocho cables asegura movimientos de traslación pura planar de la plataforma móvil. El estudio del espacio de trabajo para el robot cartesiano se ha realizado siguiendo el enfoque discreto-iterativo, donde se analizan cada una de las posibles posiciones de la plataforma móvil, que delimiten las posiciones con tensiones positivas. En ambos enfoques se busca la minimización de la norma Euclidiana de las tensiones en todos los cables. Lo anterior tiene por objetivo mantener bajas las fuerzas de actuación del sistema robótico. Pruebas numéricas aplicadas al robot cartesiano permiten concluir que los dos métodos, de cierre de fuerzas y de fuerzas viables, resultan en diferentes espacios de trabajos.

6 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto Tecnológico de Puebla, por el apoyo proporcionado para el desarrollo de este trabajo de investigación.

REFERENCIAS

1. Yamamoto, M., Yanai, N., and Mohri, A., 1999, "Inverse dynamics and control of crane-type manipulator," *Intelligent Robots and Systems*, 1999. IROS '99. Proceedings. 1999 IEEE/RSJ International Conference on, Anonymous 2, pp. 1228-1233 vol.2.
2. Bosscher, P. M., and Ebert-Uphoff, I., 2004, "A stability measure for underconstrained cable-driven robots," *Robotics and Automation*, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on, Anonymous 5, pp. 4943-4949 Vol.5.
3. Campbell, P. D., Swaim, P. L., and and Thompson, C. J., 1993, "Charlotte Robot Technology for Space and Terrestrial Applications," *SAE Technical Series*, (paper 951520) .
4. Kawamura, S., Choe, W., Tanaka, S., 1995, "Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system," *Robotics and Automation*, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on, Anonymous 1, pp. 215-220 vol.1.
5. Albus, J., Bostelman, R., and Dagalakis, N., 1993, "NIST ROBOCRANE," *Journal of Robotic Systems*, 10(5) pp. 709-724.
6. Brown, G. W., 1987, "Suspension System for Supporting and Conveying Equipment, such as a Camera," UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE GRANTED PATENT, (US4710819).
7. Yanai, N., Yamamoto, M., and Mohri, A., 2001, "Inverse dynamics analysis and trajectory generation of incompletely restrained wire-suspended mechanisms," *Robotics and Automation*, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on, Anonymous 4, pp. 3489-3494 vol.4.
8. Kawamura, S., Kino, H., and Won, C., 2000, "High-Speed Manipulation by using Parallel Wire-Driven Robots," *Robotica*, 18(1) pp. 13-21.
9. Ming, A. and Higuchi, T., 1994, "Study on Multiple Degree-of-Freedom Positioning Mechanism using Wires (Part 1) - Concept, Design and Control," *International Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 28(2) pp. 131-138.
10. Hassan, M., and Khajepour, A., 2007, "Minimum-Norm Solution for the Actuator Forces in Cable-Based Parallel Manipulators Based on Convex Optimization," *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2007pp. 1498-1503.
11. Pham, C. B., Yeo, S. H., Yang, G., 2009, "Workspace Analysis of Fully Restrained Cable-Driven Manipulators," *Robotics and Autonomous Systems*, 57(9) pp. 901-912.
12. Pott, A., Bruckmann, T., and Mikelsons, L., 2009, "Closed-Form Force Distribution for Parallel Wire Robots," pp. 25-34.
13. Antoniou, A., Lu, W-S., "Practical Optimization, Algorithms and Engineering Applications," Springer, Second Edition, New York, USA, 2007.
14. Fletcher, R., "Practical Methods of Optimization," John Wiley and Sons, Second Edition, New York, USA, 1990.

Acerca de los autores



José Rafael Mendoza Vázquez, recibió el grado de Doctor en Ciencias en Electrónica en 2010 por parte del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) y el grado de Maestro en Ciencias en Electrónica en 2003 por la misma institución. Es profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Puebla, en el departamento de Ingeniería eléctrica y electrónica. Es miembro del cuerpo académico Sistemas interactivos y realidad virtual. Su investigación se encuentra dentro el área de robótica y control con énfasis en robótica, control de movimiento, modelado, procesamiento de señales y sistemas interactivos.

Acerca de los autores



José Rafael Mendoza Vázquez, recibió el grado de Doctor en Ciencias en Electrónica en 2010 por parte del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) y el grado de Maestro en Ciencias en Electrónica en 2003 por la misma institución. Es profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Puebla, en el departamento de Ingeniería eléctrica y electrónica. Es miembro del cuerpo académico Sistemas interactivos y realidad virtual. Su investigación se encuentra dentro el área de robótica y control con énfasis en robótica, control de movimiento, modelado, procesamiento de señales y sistemas interactivos.



Irma Delia Rojas Cuevas, recibió el grado de Maestra en Ciencias en Ingeniería Industrial por parte del Instituto Politécnico Nacional, sección UPIICSA, en el año 2000, con la especialización en Manufactura. Actualmente, se desempeña como profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Puebla para el Departamento de sistemas y computación. Es miembro del Cuerpo Académico Sistemas interactivos y realidad virtual. Su investigación se encuentra en el área de sistemas interactivos y realidad virtual con énfasis en sistemas mecatrónicos.



Omar Flores Sánchez, es Doctor en Cómputo Paralelo y Distribuido por la Universidad Politécnica de Valencia, España. Actualmente, se desempeña como profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Puebla para el Departamento de sistemas y computación. Es miembro del Cuerpo Académico Sistemas interactivos y realidad virtual. Su área de interés se centra en el diseño y desarrollo de algoritmos secuenciales y paralelos aplicados a la resolución de problemas de la ingeniería en general.



José Lorenzo Muñoz Mata, Obtuvo su grado de Doctor en Ciencias Física Aplicada por parte de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP en 2013. Actualmente, se desempeña como profesor de tiempo completo en la Universidad Tecnológica de Puebla para la División de Mecatrónica. Es miembro del SNI nivel 1 desde 2014. Su área de interés se enfoca en el diseño y desarrollo de sensores, y su correspondiente instrumentación y control en sistemas mecatrónicos.